



# Stavební hmoty

## Přednáška 3



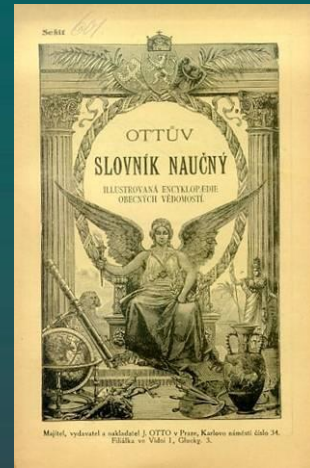
# Mechanické vlastnosti

= skupenství, při kterém jsou částice látky vázány ve svých „pevných“ polohách, kolem kterých kmitají

„ Pevné jsou ty hmoty, které reagují velmi mohutně proti silám působícím změnu objemu i tvaru.“

Ottova encyklopedie

# Pevné látky





# Vlastnosti pevných látek

- tělesa z pevných látek drží svůj **tvar**, ke změně tohoto tvaru je třeba na těleso působit **silou**
- tělesa z pevných látek mají svůj **objem**
- elektrický proud ve vodivých pevných látkách je veden elektrony, popřípadě ionty
- teplo se v pevných látkách nemůže šířit prouděním



# Mechanické vlastnosti

- popisují, jak materiál vzdoruje účinkům mechanického namáhání





# Mechanické vlastnosti

- **Přetvárné – deformační** (před porušením materiálu)
  - deformace
- **Pevnostní (při porušování)**
  - pevnost tlaková, tahová, smyková.....





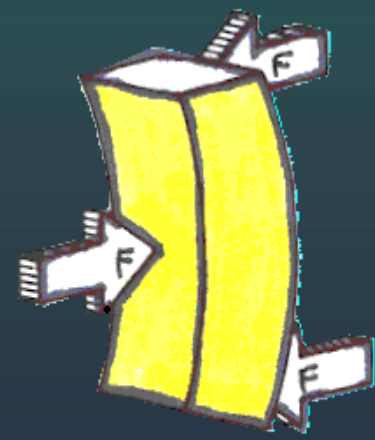
# Zatížení



tlak



tah



ohyb



torze



smyk



# Síla x napětí

- zatížení silou způsobuje napětí v materiálu

**Síla  $F \neq$  napětí  $\sigma$**

**[kN]  $\neq$  [MPa]**



Isaac Newton

$\neq$



Blaise Pascal





# Napětí v tlaku

- zatěžovací síla  $F$  působí na plochu  $S$  a vyvolá tlakové napětí  $\sigma$

$$\sigma = \frac{F}{S}$$

$$S = 0,005 \times 0,005 = 0,000025 \text{ m}^2$$





# Jednotky napětí

- základní :

$$Pa = \frac{N}{m^2}$$

- používané:

$$MPa = \frac{N}{mm^2}$$



# Pevnost

- mezní schopnost materiálu vzorovat silovým účinkům zatížení
- napětí, do kterého vzorek zůstává celkem

Ještě před dosažením této hodnoty však ve vzorku mohou probíhat tvarové změny a to vratné i nevratné





# Pevnost

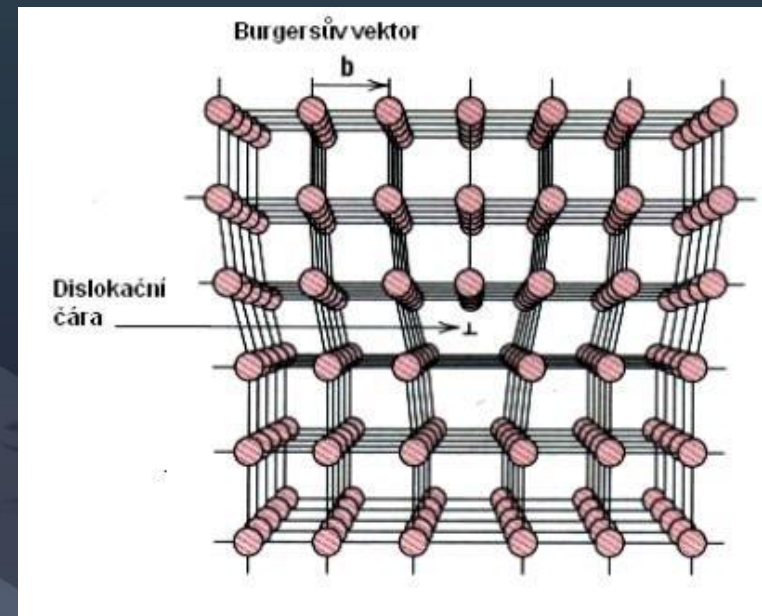
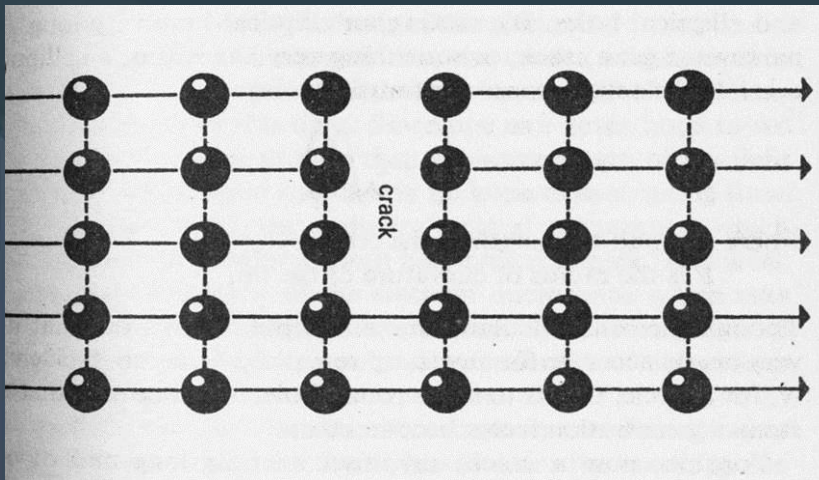
Podle způsobu získání:

- **Teoretická** (strukturní) – získána ze struktury jako suma vazebných sil
- **Technická** – přímo získaná měřením
- **Zaručená** (výpočtová) – získaná statistickým ošetřením technické pevnosti



# Teoretická pevnost

- Počet vazeb mezi atomy
  - poruchy v krystalové mřížce → skutečné hodnoty pevností jsou cca 1000 x menší





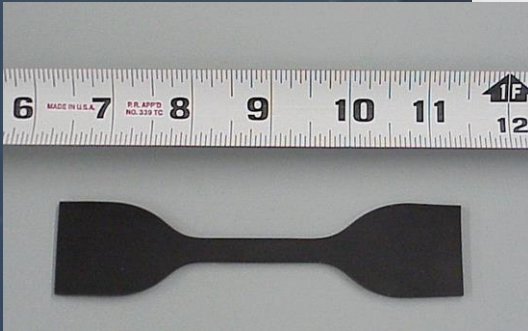
# Technická pevnost

- Stanovena ze změřené hodnoty únosnosti zkušebního tělesa
  - materiál musí být homogenní (popř. staticky homogenní)
  - zkušební tělesa ve vhodném tvaru (pevnost válcová, krychelná...)



# Zkušební tělesa

- opracováním části zkoušeného materiálu
  - vyříznutí, vybroušení, vyvrtání
- přímo vyrobené do požadovaného tvaru
  - krychle, válce, trámce
- celé výrobky
  - cihla, tvárnice





# Zaručená pevnost

- zaručuje na základě teorie pravděpodobnosti určitou míru spolehlivosti daného materiálu pomocí

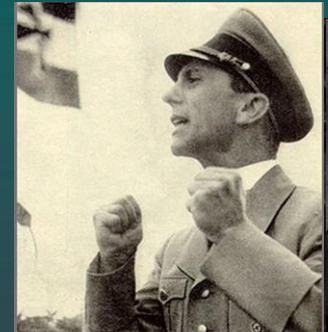
**matematické statistiky**







# Statistika



Dr. Josef Goebbels  
Reich Minister of Propaganda

„The only statistics you can trust are those you falsified yourself.“

připisováno *Winstonu Churchillovi*

„Věř jen těm statistikám, které jsi zfalšoval sám.“



# Statistika - pojmy

- **Jev** - souhrn skutečností popisující určitý stav nebo děj (např. porušení tělesa)
- **Náhodná veličina** - jistý jev je způsobován veličinou, jejíž hodnotu nelze předem určit (např. napětí při porušení)
- **Základní soubor** – soubor vyšetřovaných náhodných veličin, všichni nositelé daného jevu
- **Náhodný výběr** - soubor, který reprezentuje celý základní soubor



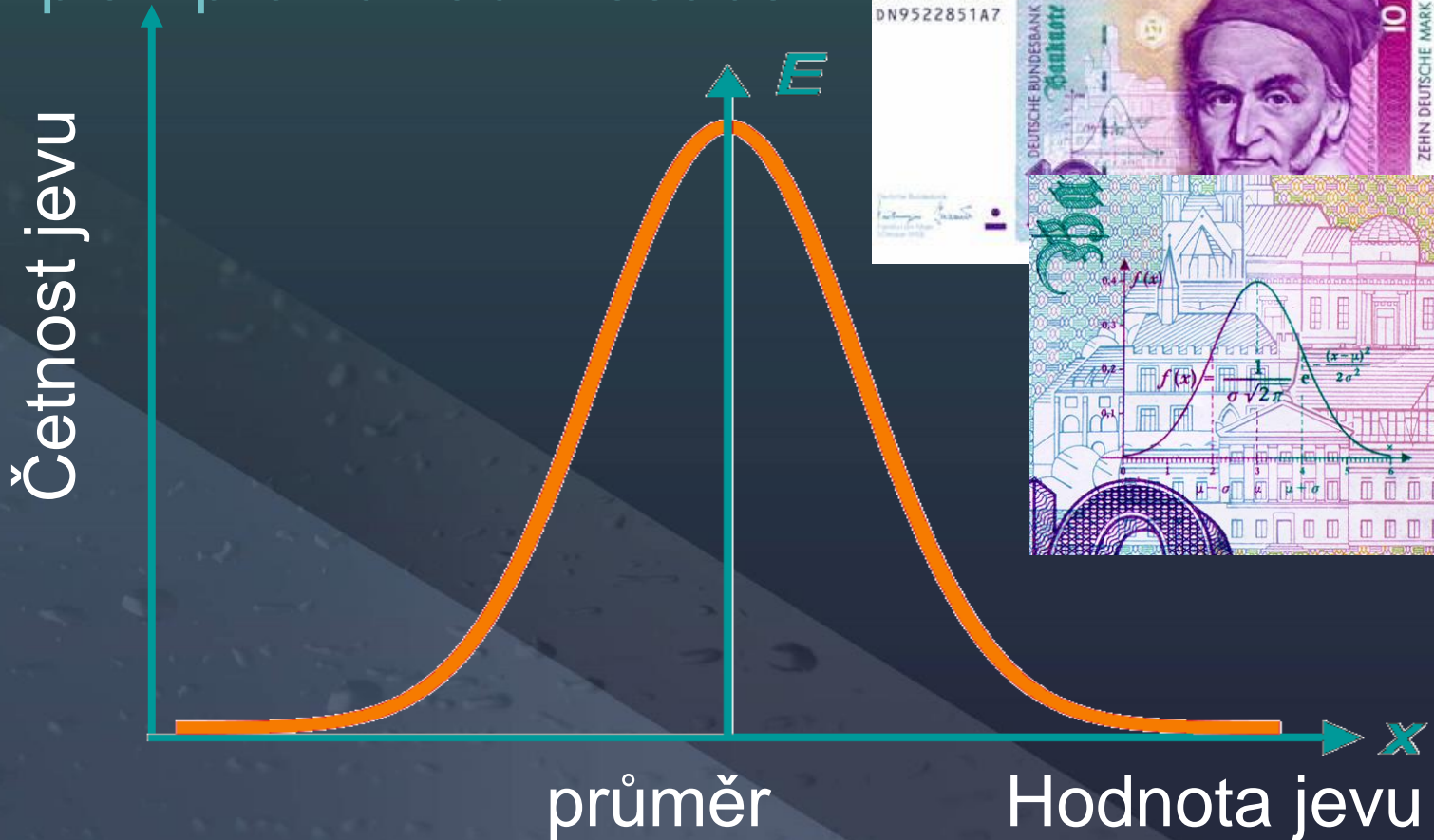
# Statistické vyhodnocení pevnosti

- Zkouší se určité množství – **náhodný výběr**
- Výsledky z náhodného výběru se dají s určitou zárukou uplatnit na celou výrobu → **zaručená pevnost**
- Běžný základní soubor má **normální rozdělení** podle Gaussovy křivky
  - závislost počtu prvků na hodnotě vyšetřované veličiny



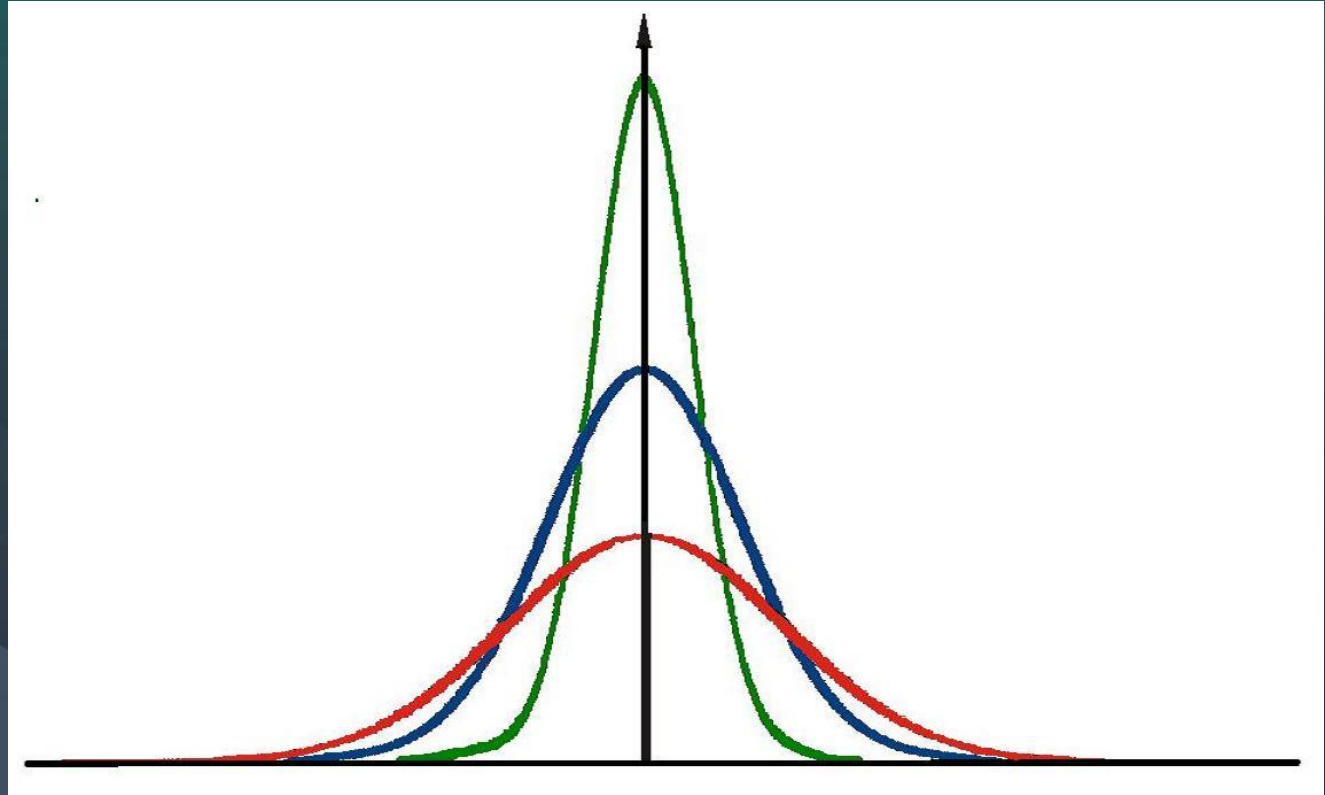
# Gaussova křivka

- ke stanovení pravděpodobnosti výskytu  
- křivka hustoty pravděpodobnosti
- platí pro základní soubor





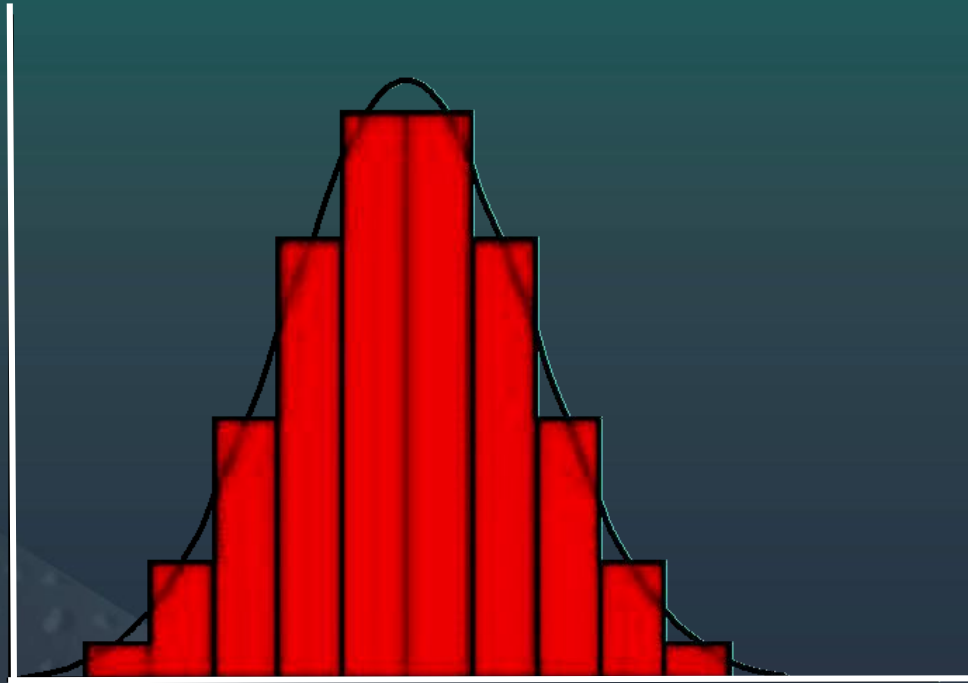
# Tvary Gaussovy křivky



- čím užší a vyšší je Gaussova křivka, tím statisticky homogennější je soubor



# Náhodný výběr

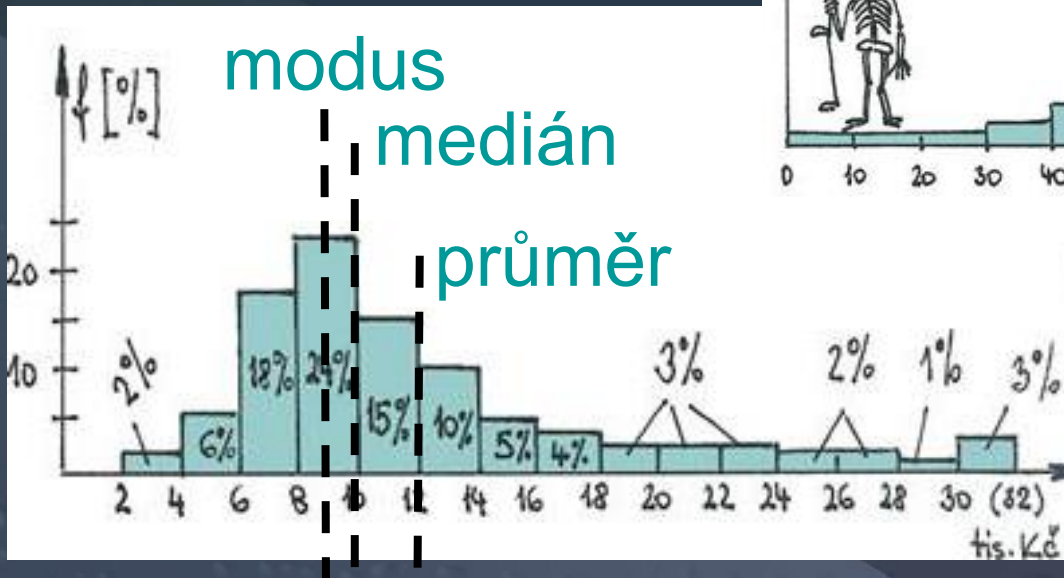
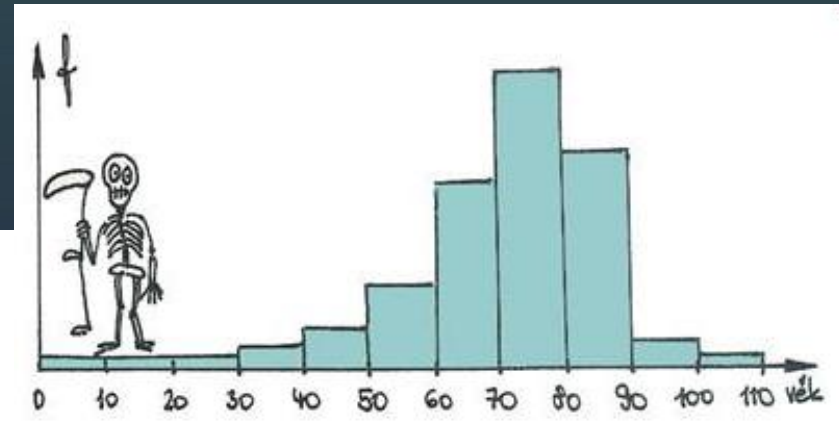
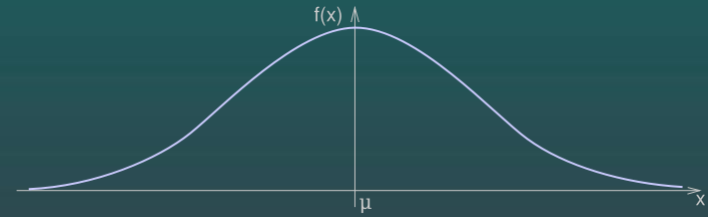


- čím početnější je náhodný výběr, tím více se histogram blíží Gaussově křivce



# Normální a jiná rozdělení

- normální rozdělení
- nesymetrické rozdělení





# Statistické veličiny

Soubory veličin:

4, 8, 6

2, 5, 11

- **Průměr**

$$\bar{x} = 6$$

$$\bar{x} = 6$$

Odchyly

-2, +2, 0

-4, -1, +5

Součet odchylek

0

0

Mocniny odchylek

4, 4, 0

16, 1, 25

Součet mocnin

8

42

- **Rozptyl**

2,67

14

- **Směrodatná odchylna**

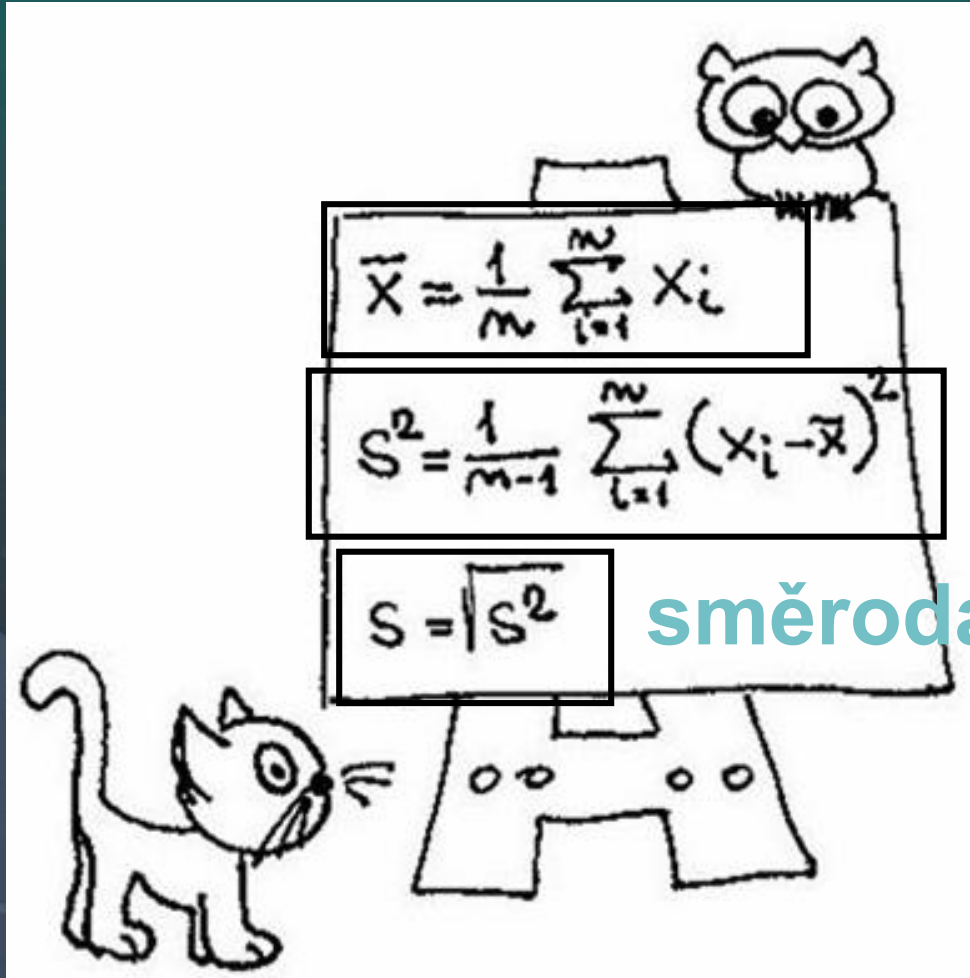
1,63

3,74





# Statistické veličiny



průměr

rozptyl

směrodatná odchylka

$s$  = kvadratický průměr odchylek hodnot znaku od jejich aritmetického průměru.



# Směrodatná odchylka s

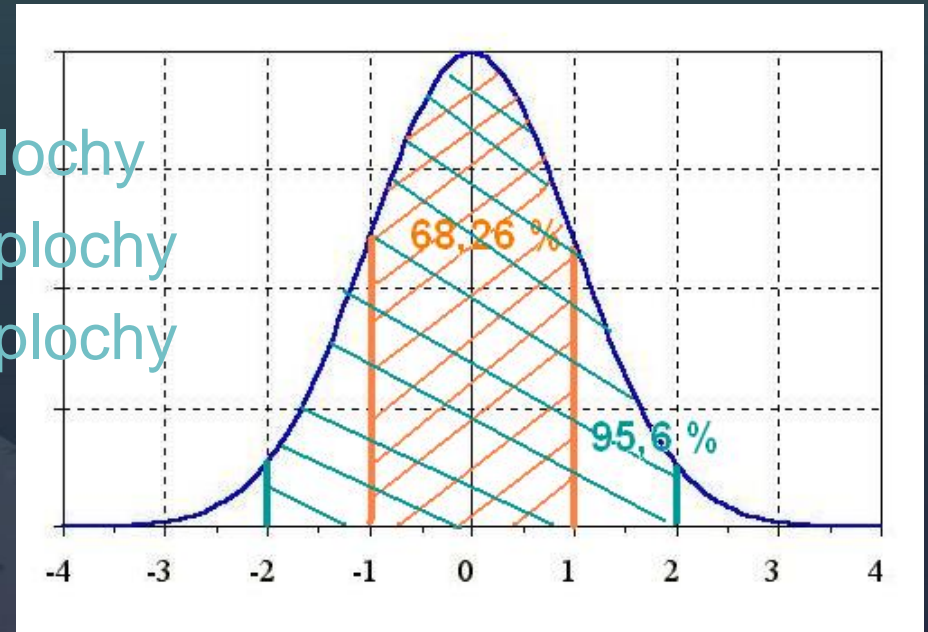
- míra statistického rozptylu
- ukazuje, jak moc se od sebe navzájem liší jednotlivé hodnoty v souboru zkoumaných čísel.
- je-li směrodatná odchylka malá, jsou si prvky souboru většinou navzájem podobné
- velká směrodatná odchylka signalizuje velké vzájemné odlišnosti.



# Gaussova křivka

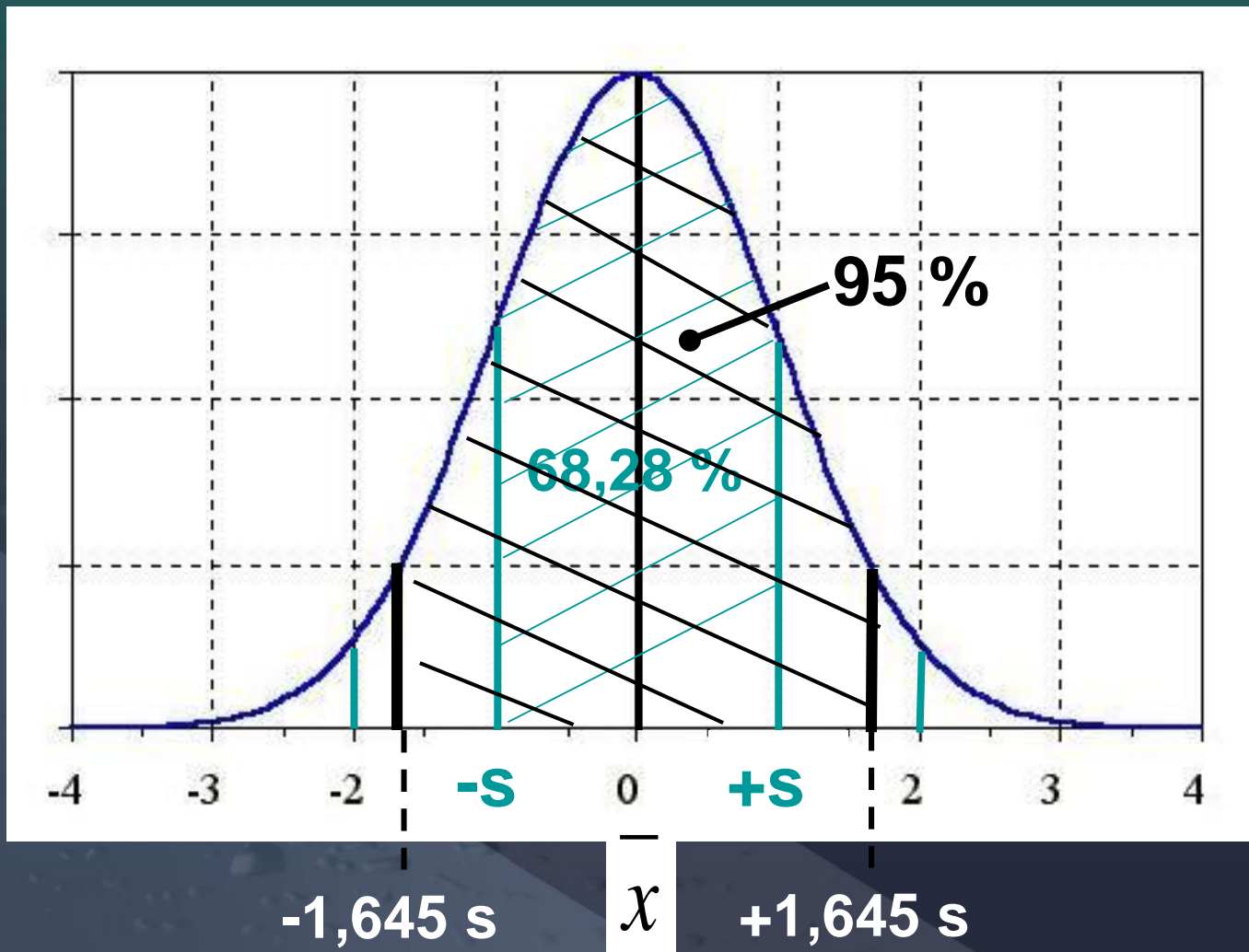
- na obě strany od maxima leží stejné části plochy

- $+s$  až  $-s$  : 68,26 % plochy
- $+2s$  až  $-2s$  : 95,6 % plochy
- $+3s$  až  $-3s$  : 99,7 % plochy





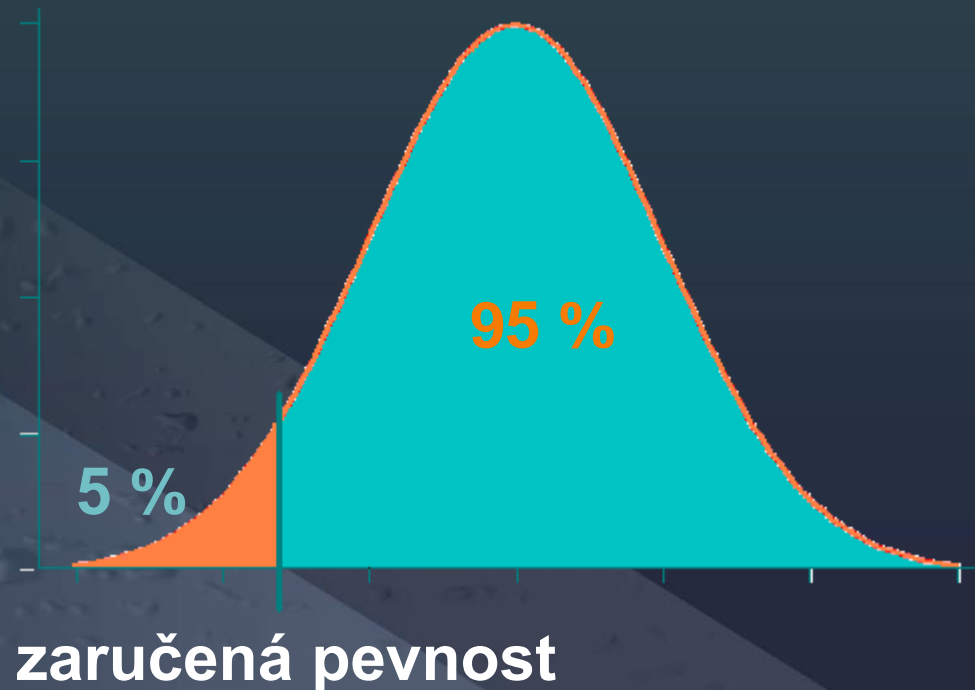
# Zaručená pevnost





# Zaručená pevnost

- Taková hodnota pevnosti, při které je statistická záruka, že 95 % výrobků z celé výroby bude mít stejnou nebo vyšší hodnotu pevnosti



**Katedra materiálového inženýrství  
a chemie**

Stavební fakulta ČVUT v Praze

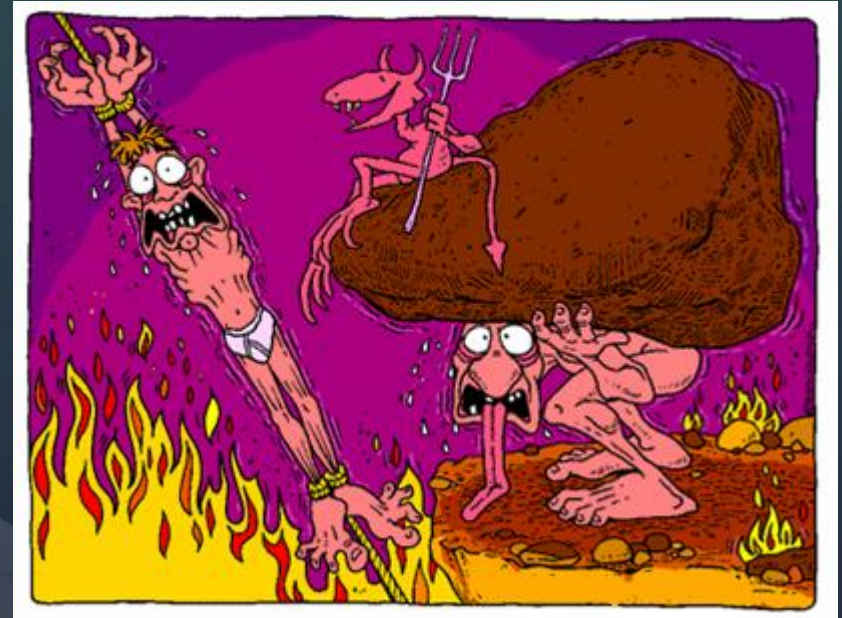


**Stavební hmoty**



# Pevnost podle druhu namáhání

- v tlaku
- v tahu
- v ohybu
- v kroucení
- ve smyku





# Pevnost v tlaku

$$R_c = \frac{F_{\max}}{A} \quad [\text{MPa}]$$



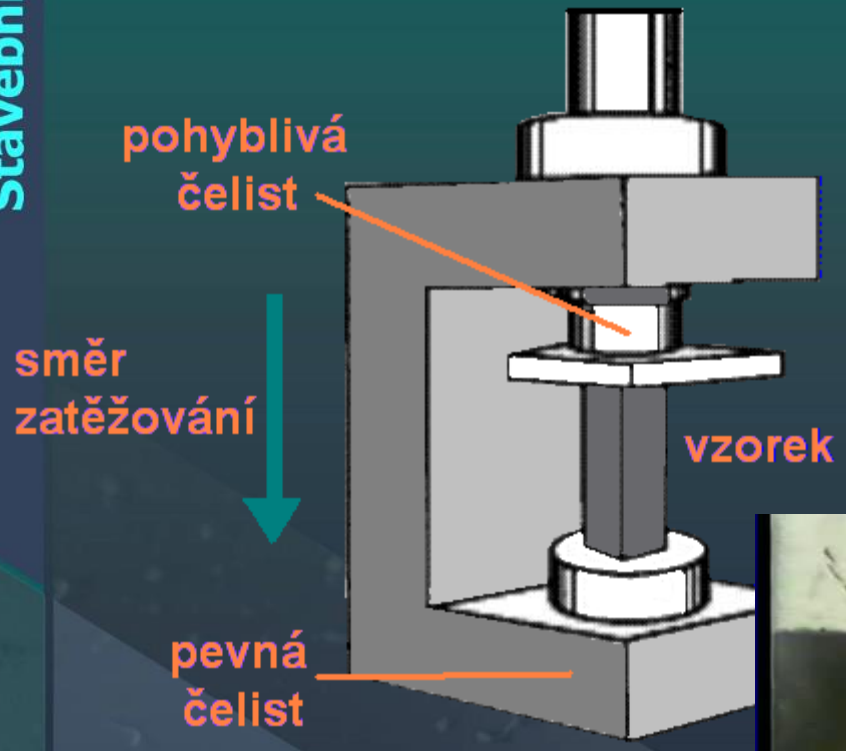
$F_{\max}$  .... maximální síla při porušení [N]

$A$  ..... tlačná plocha [mm<sup>2</sup>]





# Pevnost v tlaku - zkoušení

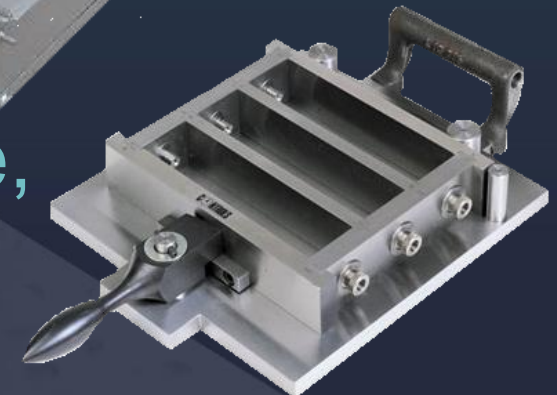
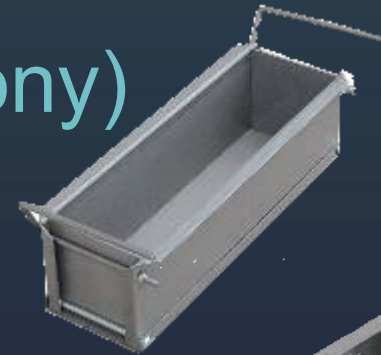




# Zkušební vzorky pro pevnost v tlaku

Geometricky pravidelné:

- krychle (beton)
- válce (beton, lehké betony)
- trámce (lehké betony)
- zlomky trámečků (cement)
- celý výrobek (tvárnice, cihla)



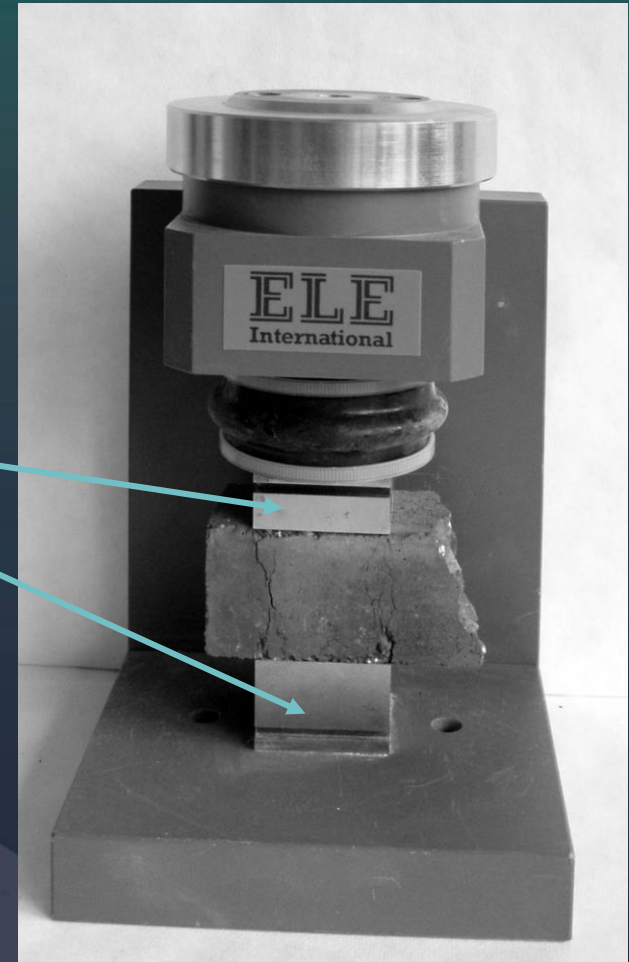


# Zkušební vzorky pro pevnost v tlaku

- pro nepravidelné tvary zkušebních těles

- příložky

- tlačená plocha A dána plochou příložek





# Pevnost v tlaku

- **pevnost krychelná > pevnost válcová** (hranolová)
  - u vyšších těles se snižuje vliv tření mezi tlačnými plochami a vzorkem

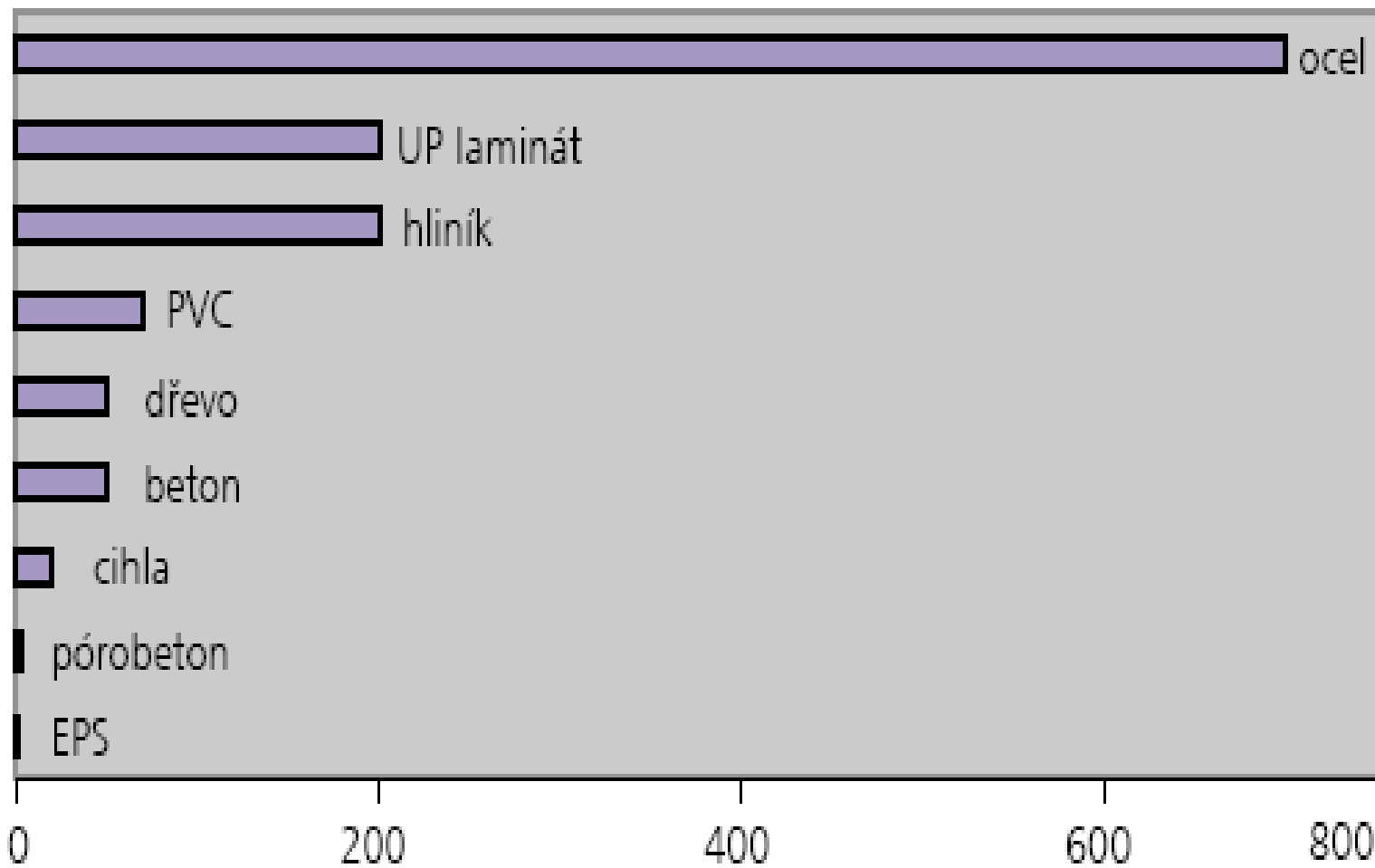
**Beton C 25/30**

**pevnost válcová**

**pevnost krychelná**



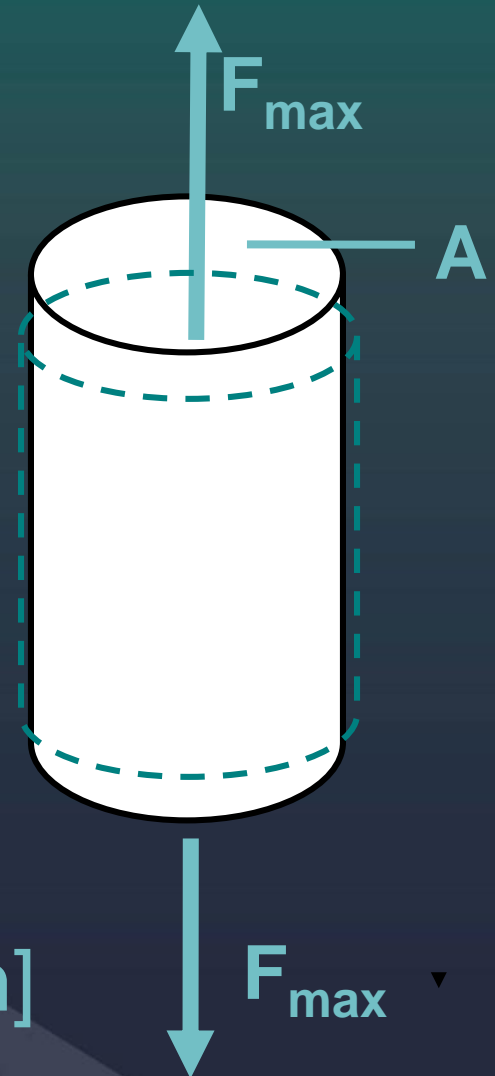
# Pevnost v tlaku vybraných látek





# Pevnost v tahu

$$R_t = \frac{F_{\max}}{A} \quad [\text{MPa}]$$

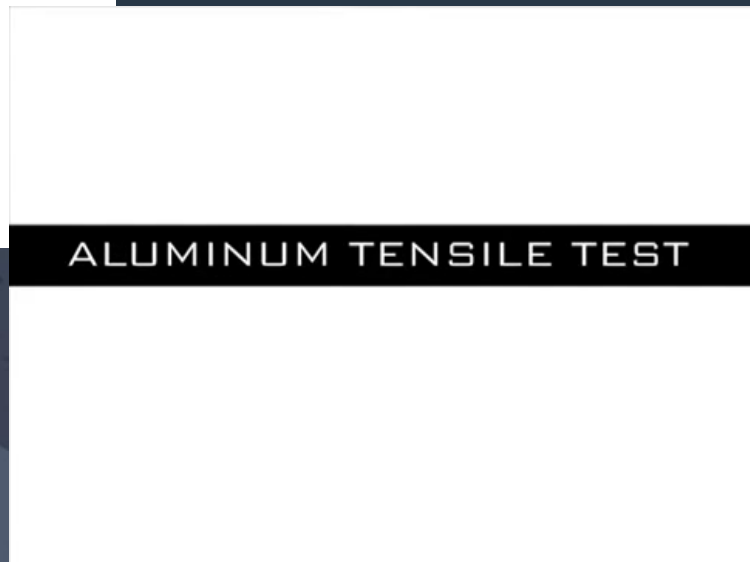
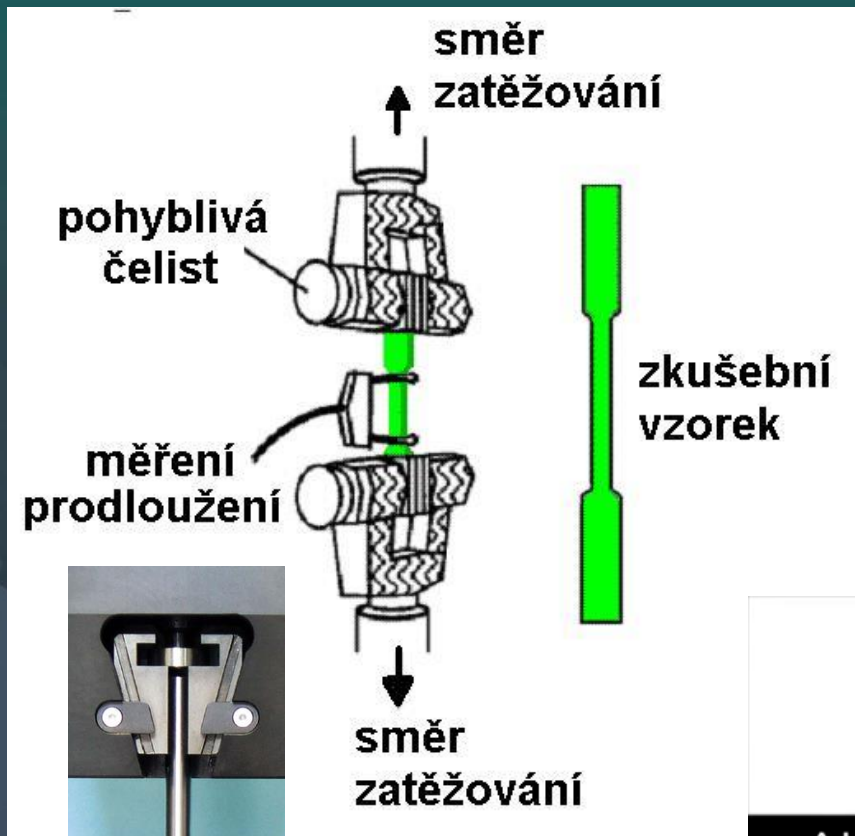


$F_{\max}$  .... maximální síla  
při porušení [N]

$A$  ..... tažená plocha  
[mm<sup>2</sup>]



# Pevnost v tahu - zkoušení

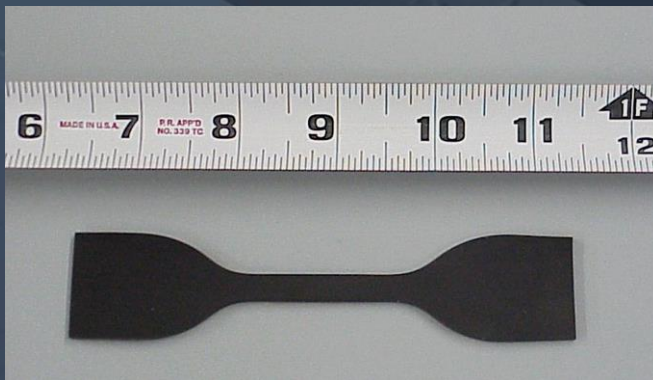


ALUMINUM TENSILE TEST



# Zkušební vzorky pro pevnost v tahu

- tyče nebo velmi štíhlé hranoly
- speciální ukončení pro úchyt do čelistí

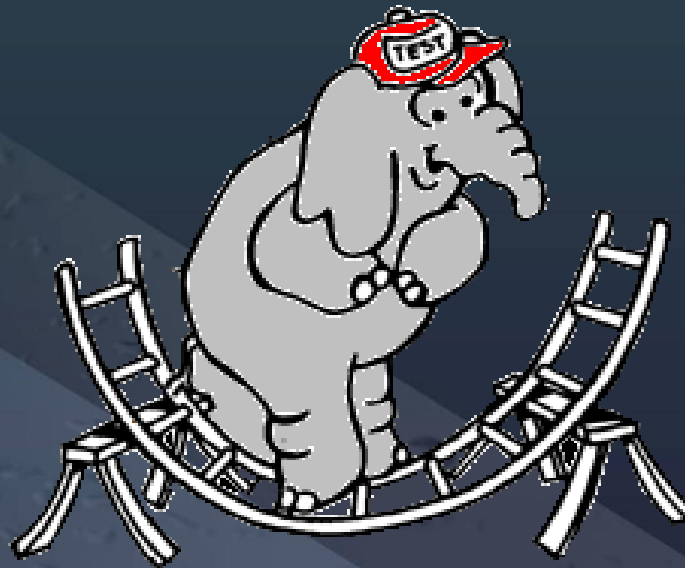






# Pevnost v tahu za ohybu

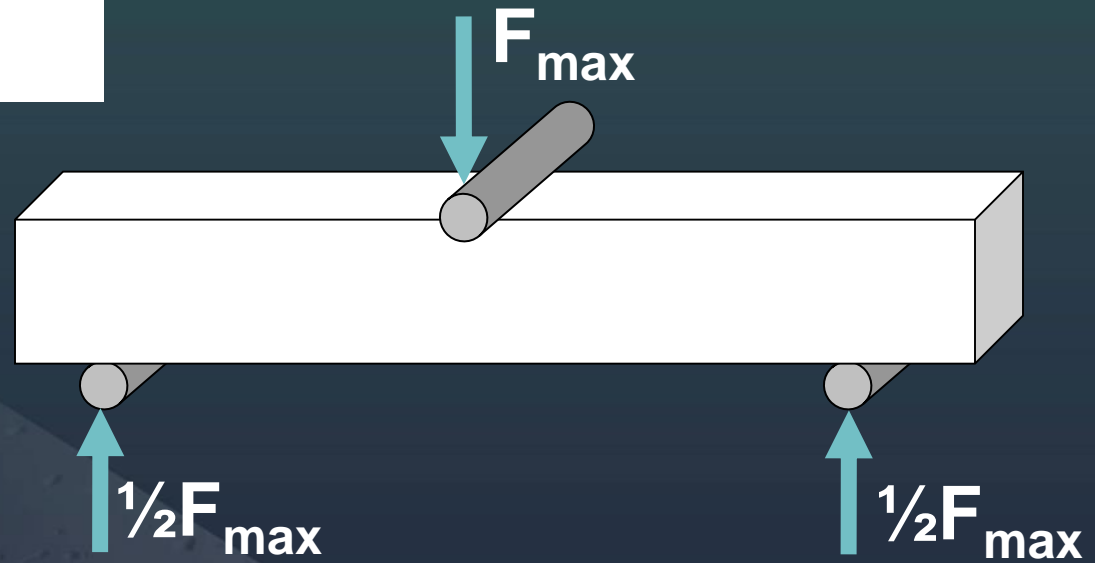
- materiály s výrazně vyšší pevností v tlaku než tahu
- porušení v místě největšího ohybového momentu





# Pevnost v tahu za ohybu

$$R_y = \frac{M_{\max}}{W}$$



$M_{\max}$  .. maximální ohybový moment

$W$  ... průřezový modul

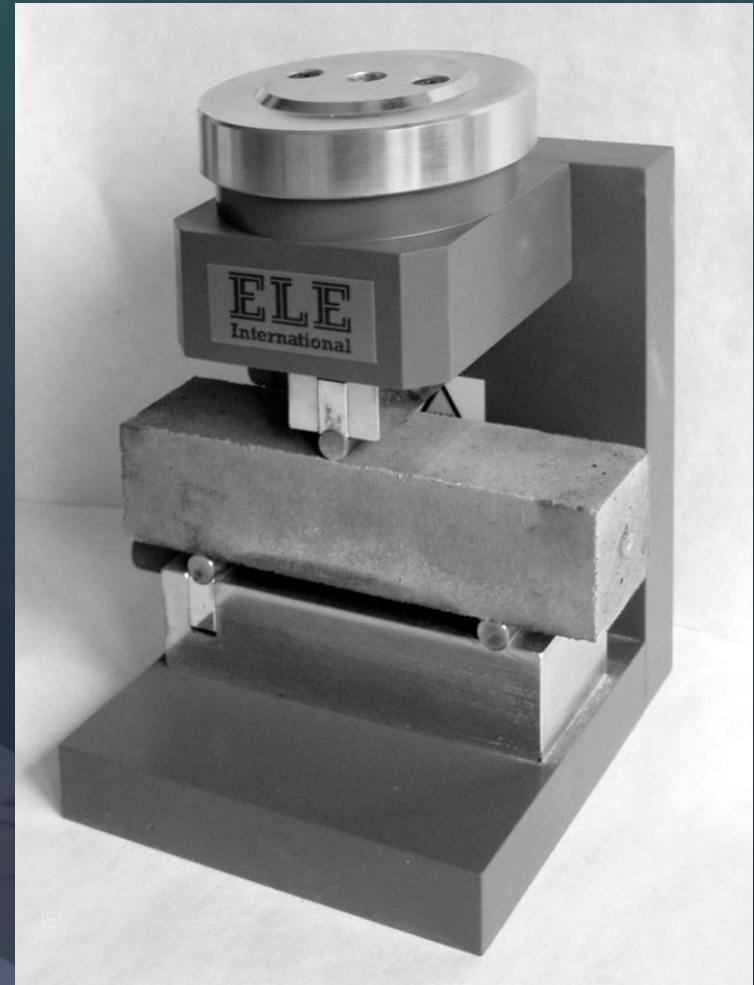


# Pevnost v tahu za ohybu

- Ohybový moment  $M$  podle druhu zkoušky (třibodová, čtyřbodová)

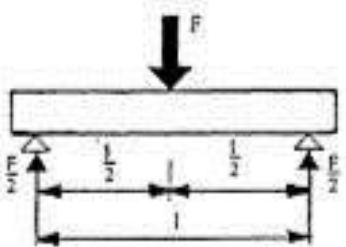
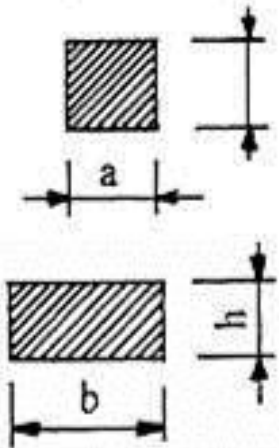
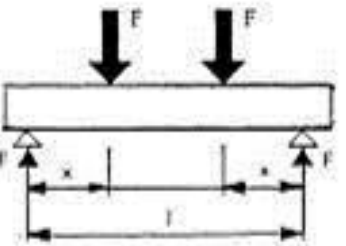
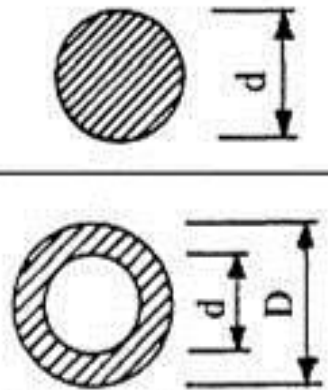


- Průřezový modul  $W$  podle příčného průřezu a rozměrů tělesa





# Výpočet M a W

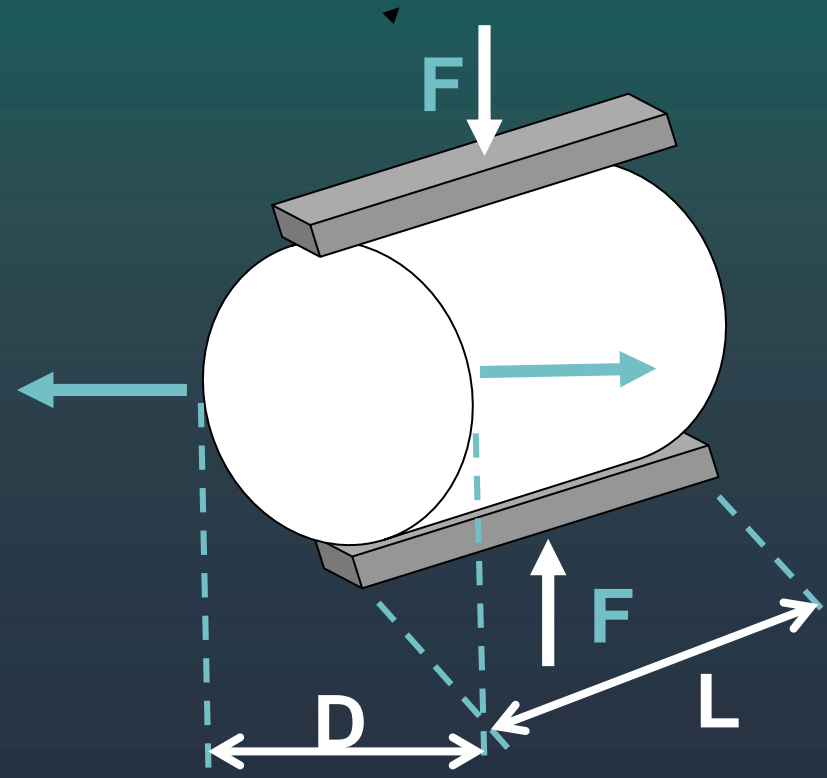
Schéma zatížení	Ohybový moment	Tvar průřezu [mm]	Průřezový modul [mm <sup>2</sup> ]
	$M = \frac{1}{4} F \times l$		$W = \frac{1}{6} a^3$ $W = \frac{1}{6} b h^2$
	$M = F \times l$		$W = \frac{\pi}{32} d^3 = 0,1d^3$ $W = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32D}$



# Pevnost v příčném tahu

- křehké materiály

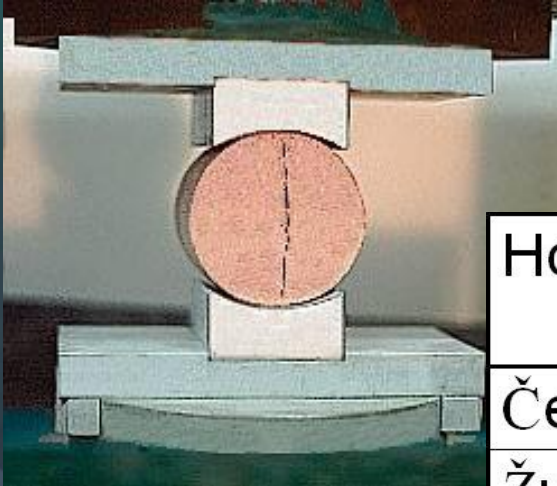
$$R_t = \frac{2F_{\max}}{\pi \cdot D \cdot l}$$





# Brazil test

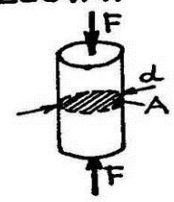
- pevnost kamene v příčném tahu

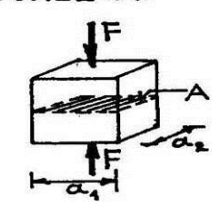


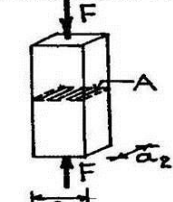
Hornina	Pevnost v tlaku	Pevnost v tahu
Čedič	250 - 350	8
Žula	80 - 280	3 - 8
Vápenec	40 - 200	1 - 6
Pískovec	40 - 180	1.5 - 3
Břidlice kryst.	60 - 200	2.5
Mramor	80 - 150	3 - 9
Kvarcit	300 - 500	3 - 5

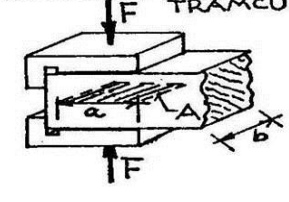
# STANOVENÍ PEVNOSTI

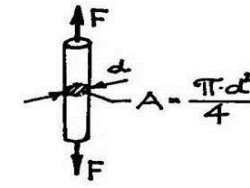
**V TLAKU:**

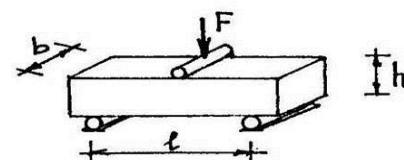
VÁLCOVÁ:   $R_c = \frac{F_{max}}{A}$   $A = \frac{\pi d^2}{4}$

KRYCHELNĚ:   $A = a_1 \cdot a_2$

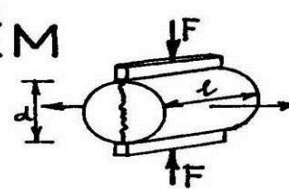
HRANOLOVÁ:   $A = a_1 \cdot a_2$

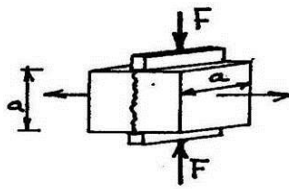
NA ZLOMCÍCH TRÁMCŮ:   $A = a \cdot b$

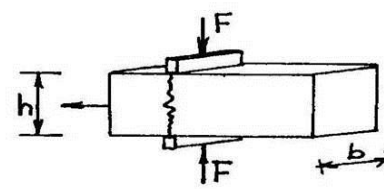
**V TAHU:**   $R_t = \frac{F_{max}}{A}$   $A = \frac{\pi d^2}{4}$

**V OHYBU:**   $R_f = \frac{3 \cdot F_{max} \cdot l}{2 \cdot b \cdot h^2}$

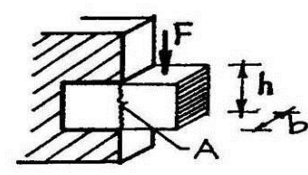
**V PŘÍČNÉM TAHU:**

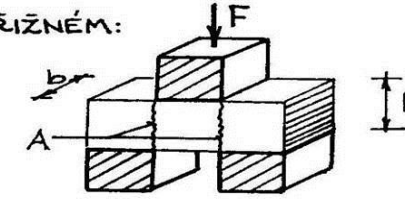
  $R_t = \frac{2 \cdot F_{max}}{\pi \cdot d \cdot l}$

  $R_t = \frac{2 \cdot F_{max}}{\pi \cdot a^2}$

  $R_t = \frac{2 \cdot F_{max}}{\pi \cdot b \cdot h}$

**VE SMYKU:**

JEDNOSTŘIŽNÉM:   $R_s = \frac{F_{max}}{A}$

DVOUSTŘIŽNÉM:   $A = b \cdot h$   $R_s = \frac{F_{max}}{2A}$

**Katedra materiálového inženýrství  
a chemie**

Stavební fakulta ČVUT v Praze



**Stavební hmoty**







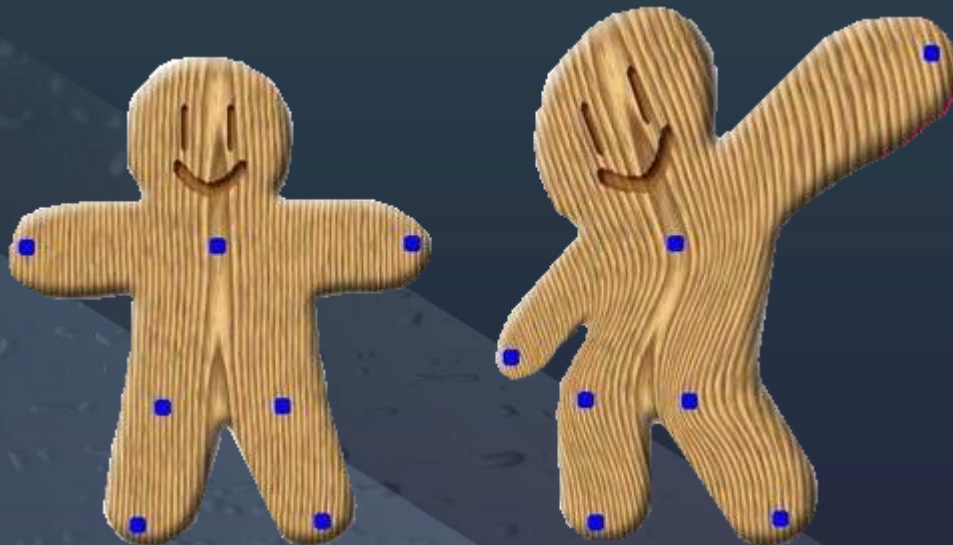
# Přetvárné vlastnosti



# Přetvárné vlastnosti

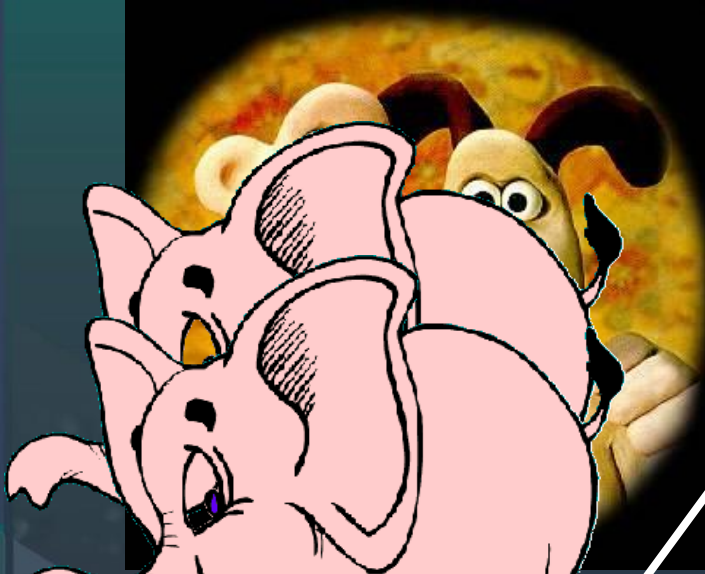
= deformační vlastnosti

- popisují chování materiálu, zachovávajícího si svoji celistvost (tj. ještě před porušením)



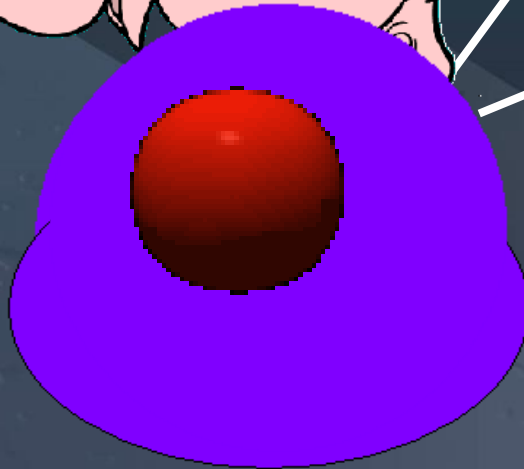


# Deformace



Deformace trvalá  
-plastická

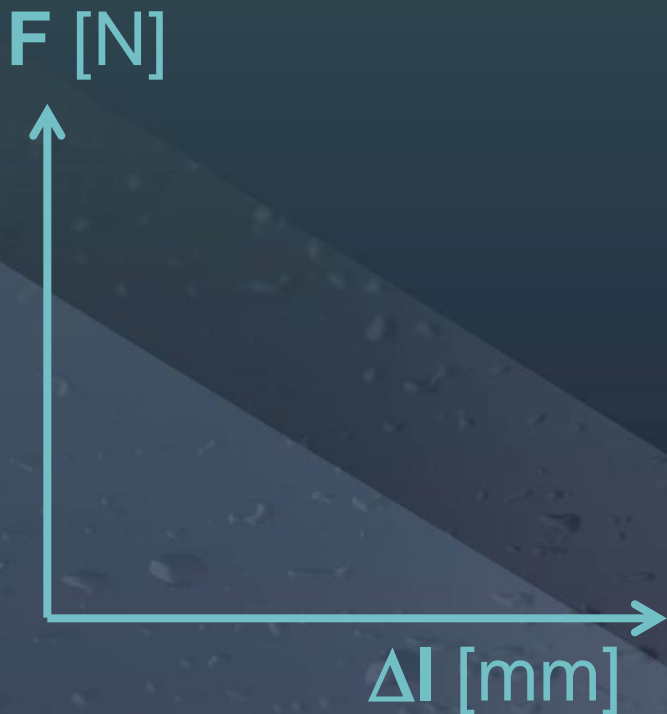
Deformace pružná  
- elastická





# Pracovní diagram

Závislost deformace  $\Delta l$  na síle  $F$

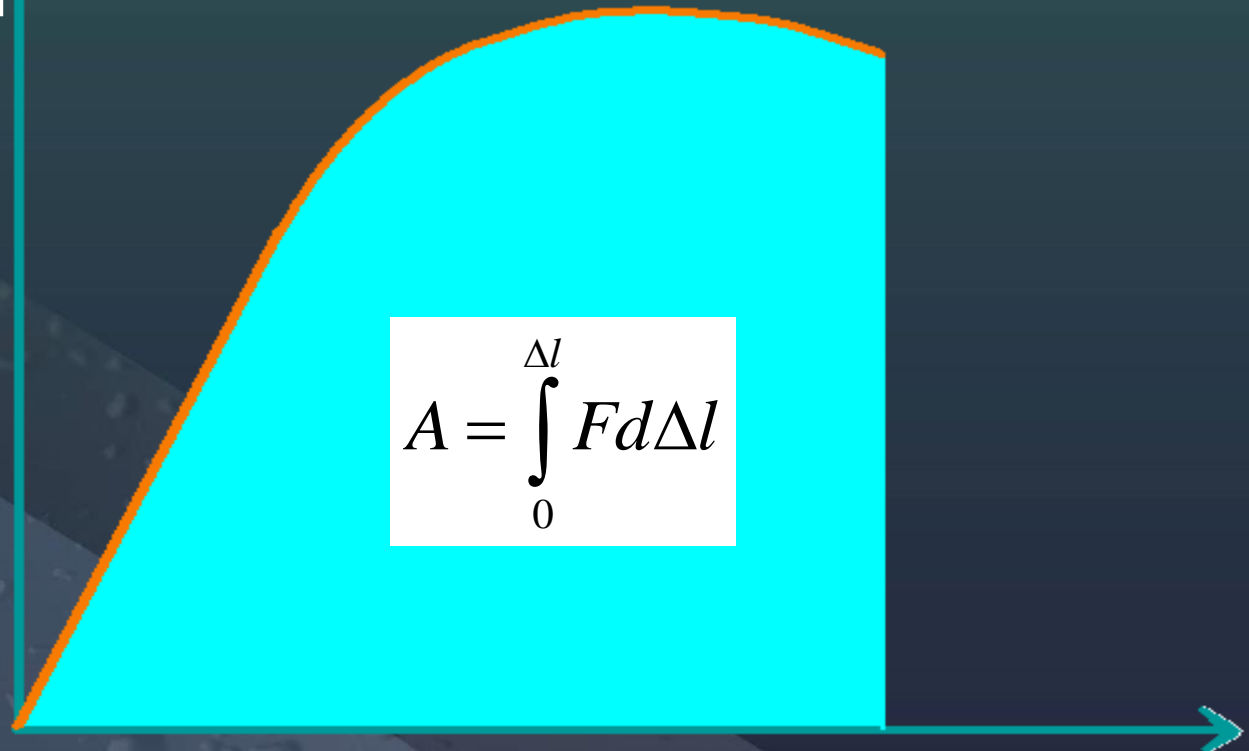


- Deformační chování
- Mez kluzu
- Mez pevnosti
- Houževnatost
- Modul pružnosti
- Modul přetvárnosti



# Pracovní diagram

Síla  $F$   
[kN]



Deformace  $\Delta l$  [mm]



# Deformační diagram



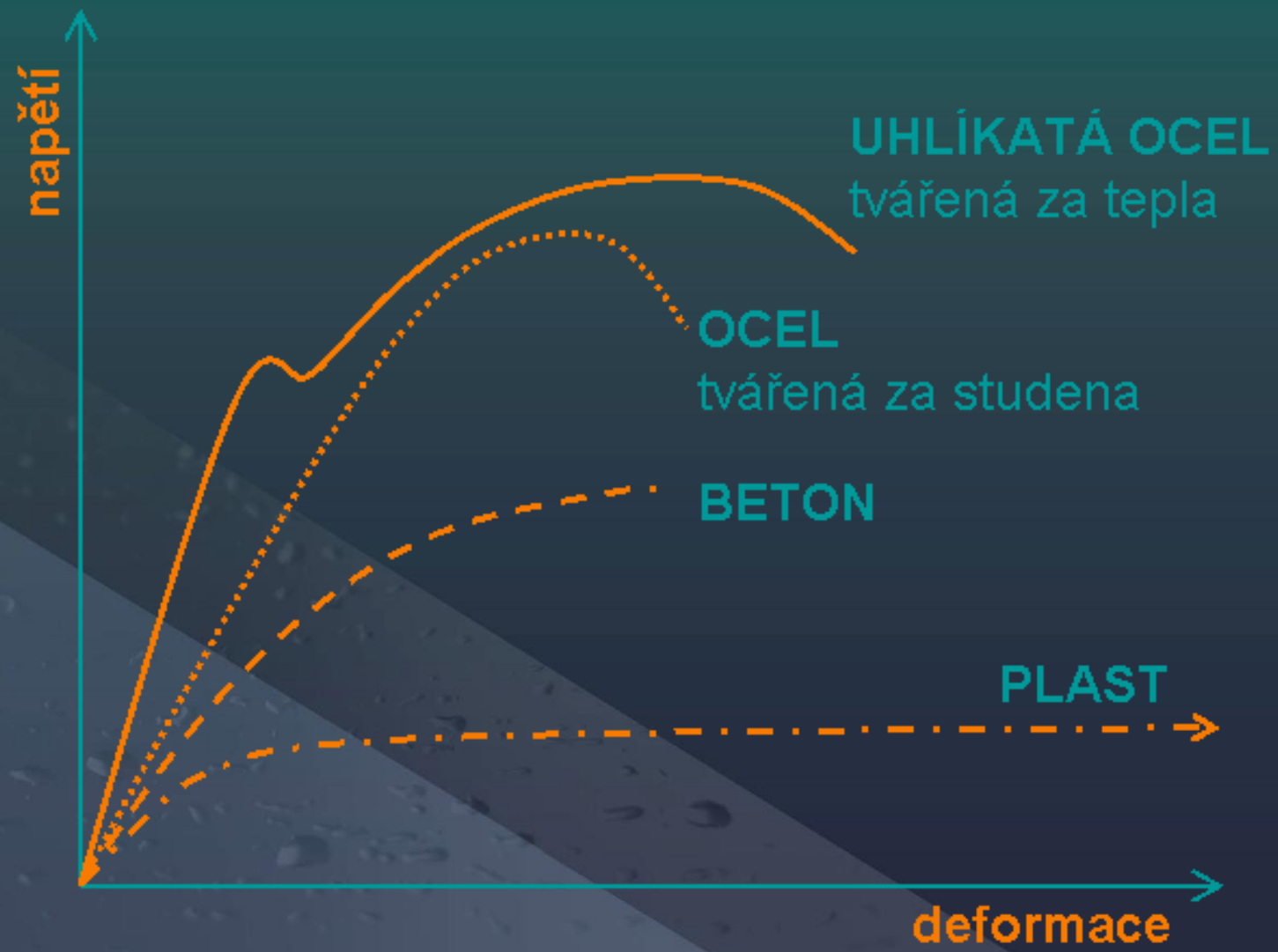


# Deformační diagram různých látek





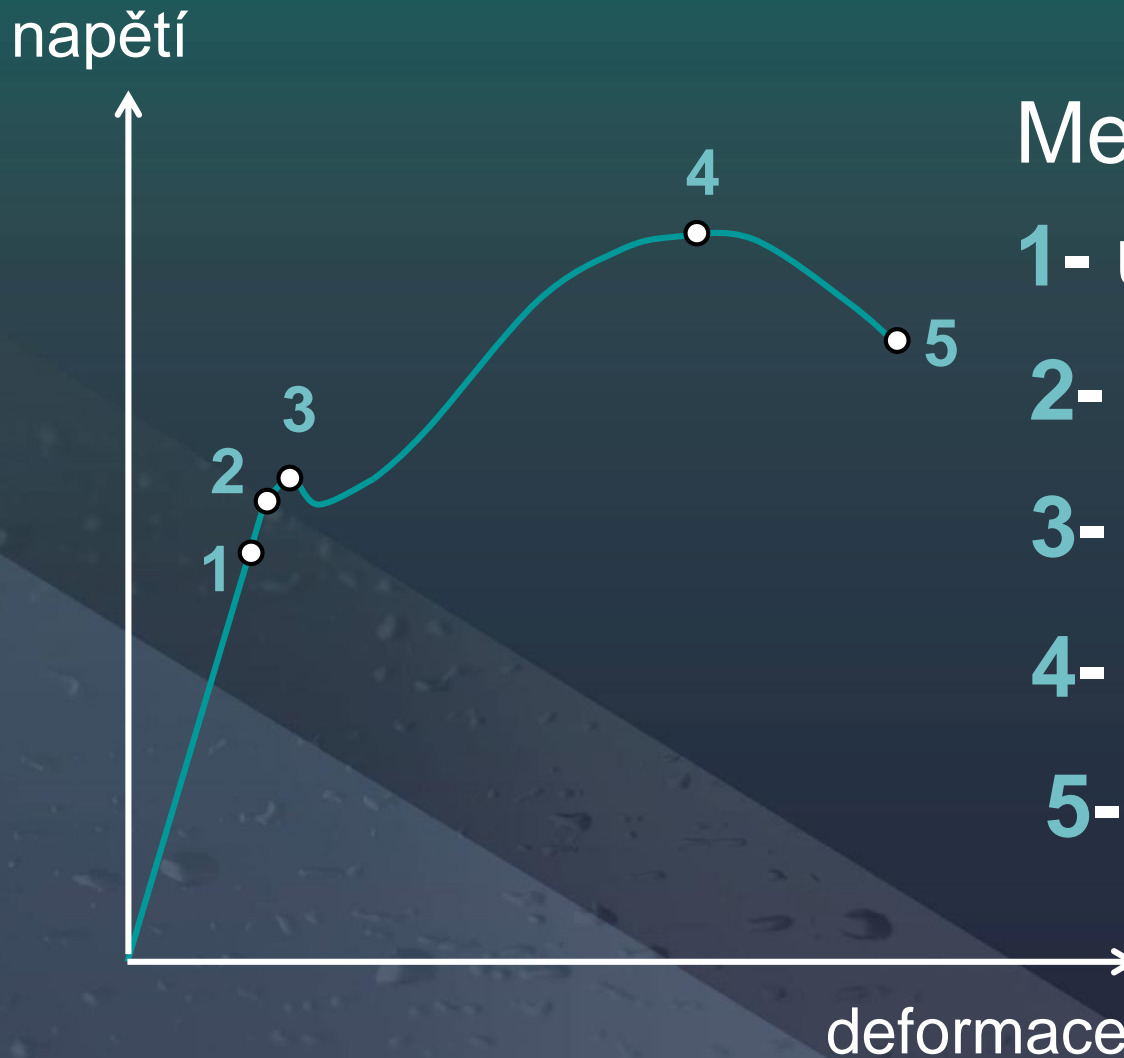
# Deformační diagramy







# Meze deformačního diagramu

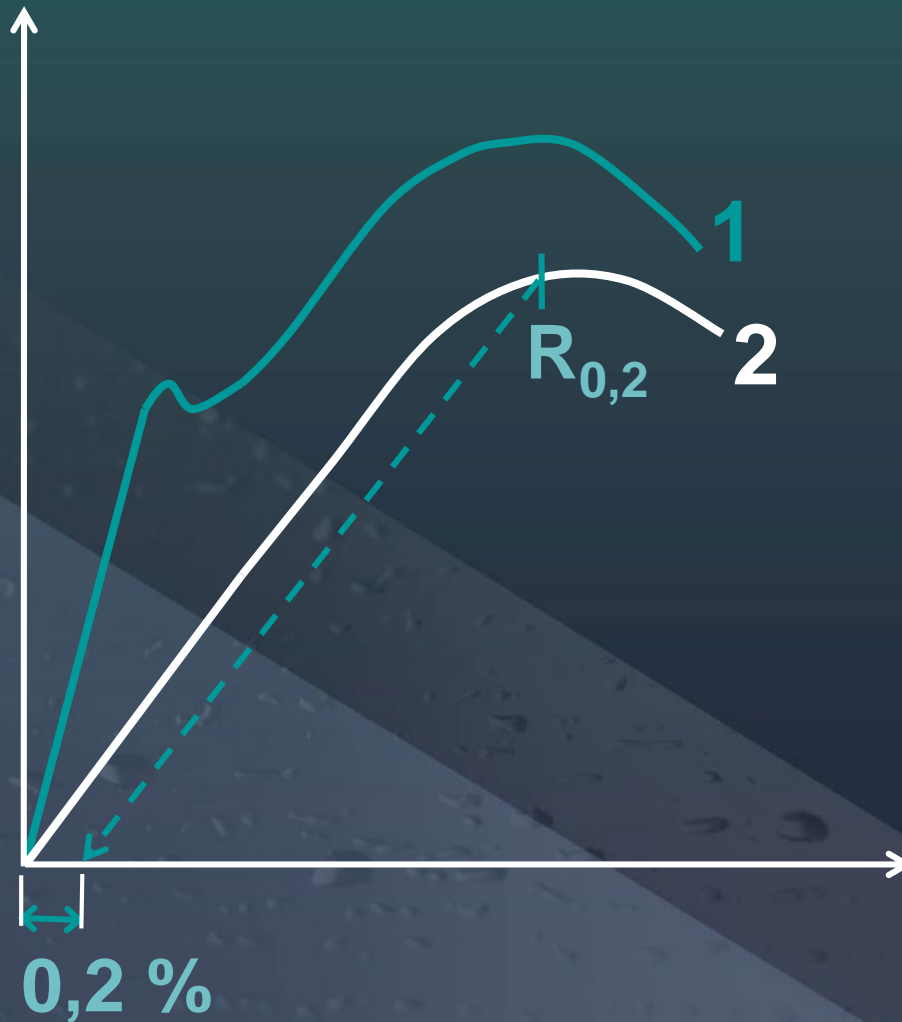


Mez:

- 1- úměrnosti
- 2- pružnosti
- 3- kluzu - tečení
- 4- pevnosti
- 5- porušení



# Deformační křivka s mezí kluzu (1) a bez meze kluzu (2)



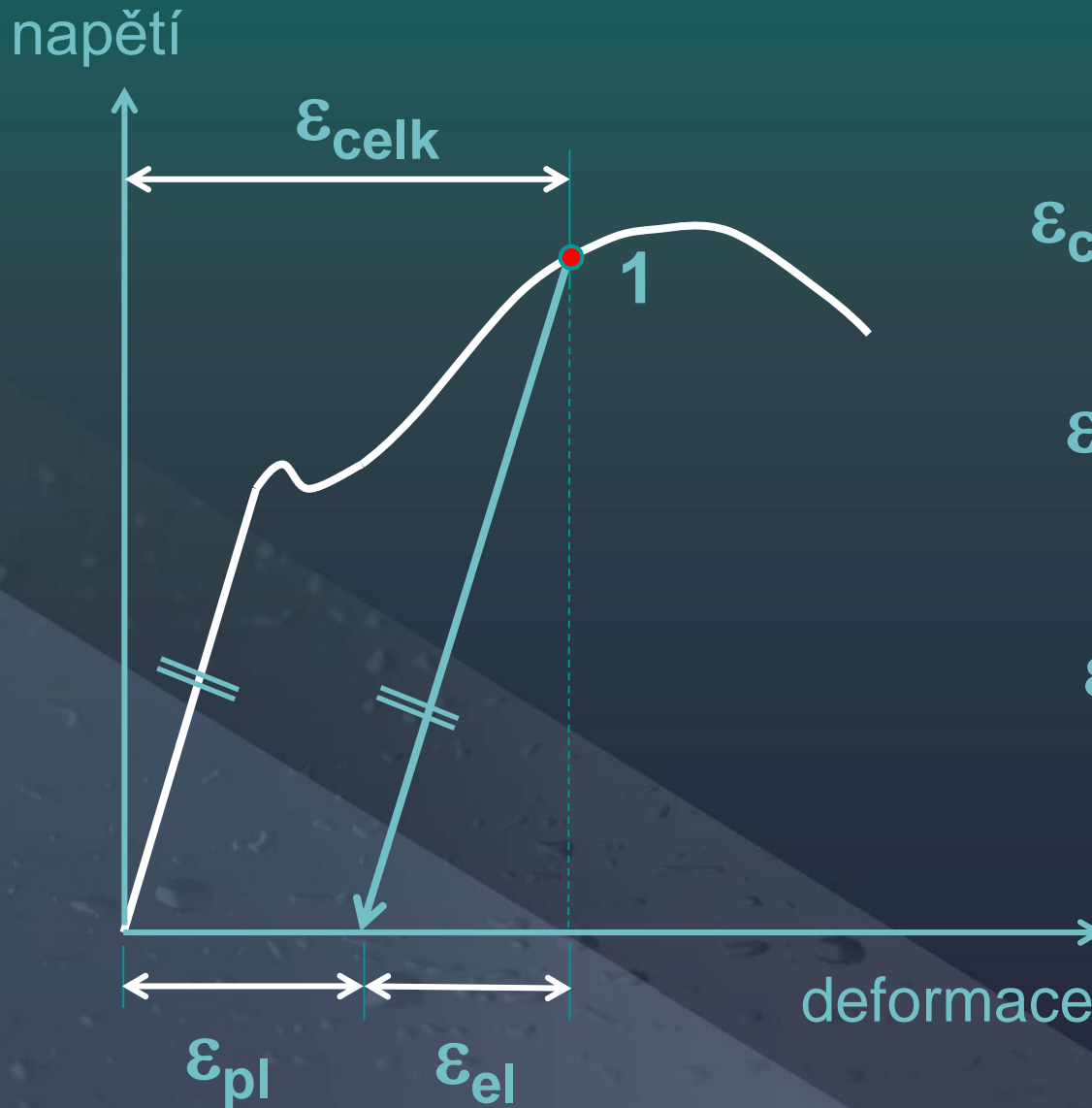
1 - ocel válcovaná  
za tepla

2 - ocel tvářená  
zastudena

$R_{0,2}$  - smluvní  
mez kluzu



# Celková deformace



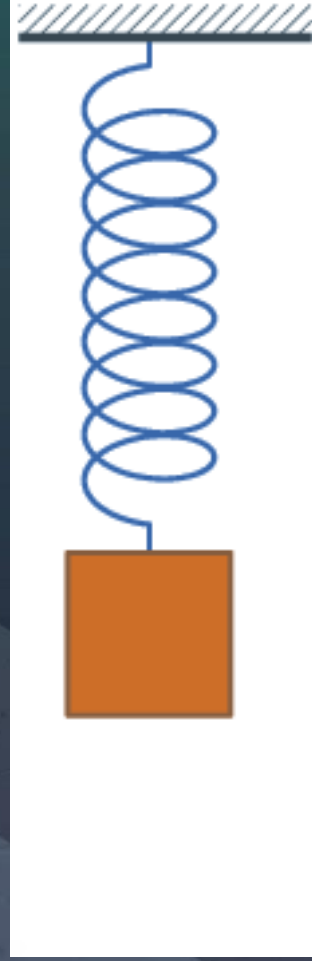
$\epsilon_{\text{celk}}$  - celková deformace

$\epsilon_{\text{el}}$  - elastická (pružná) def.

$\epsilon_{\text{pl}}$  - plastická (trvalá) def.



# Modul pružnosti





# Pro pružné chování materiálů platí Hookeův zákon :

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$



Robert Hooke  
(1635-1703)

$\varepsilon$  ... poměrné přetvoření materiálu

$\sigma$ ... napětí [MPa]

$E$  ... modul pružnosti [MPa]



# Modul pružnosti

- namáhání tlakem  
nebo tahem:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_{el}}$$

- namáhání smykem:

$$G = \frac{\tau}{\gamma}$$

Platí pouze pro lineární část  
pracovního diagramu!



# Modul přetvárnosti

- pro materiály pružně tvárné (s plastickými i elastickými deformacemi)

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_{\text{celková}}}$$

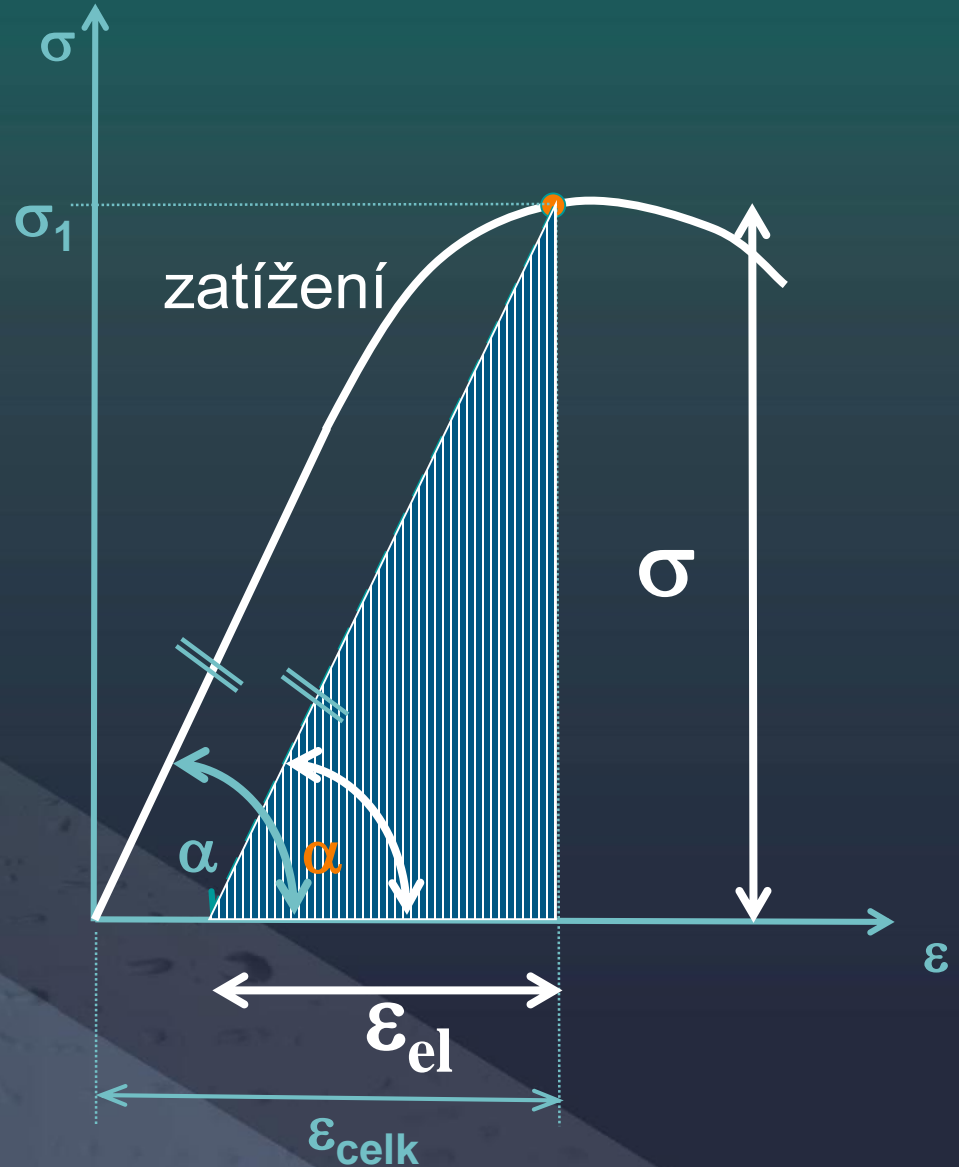
- při tlakovém namáhání: **modul stlačitelnosti**



# Grafické vyjádření modulu pružnosti

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_{el}}$$

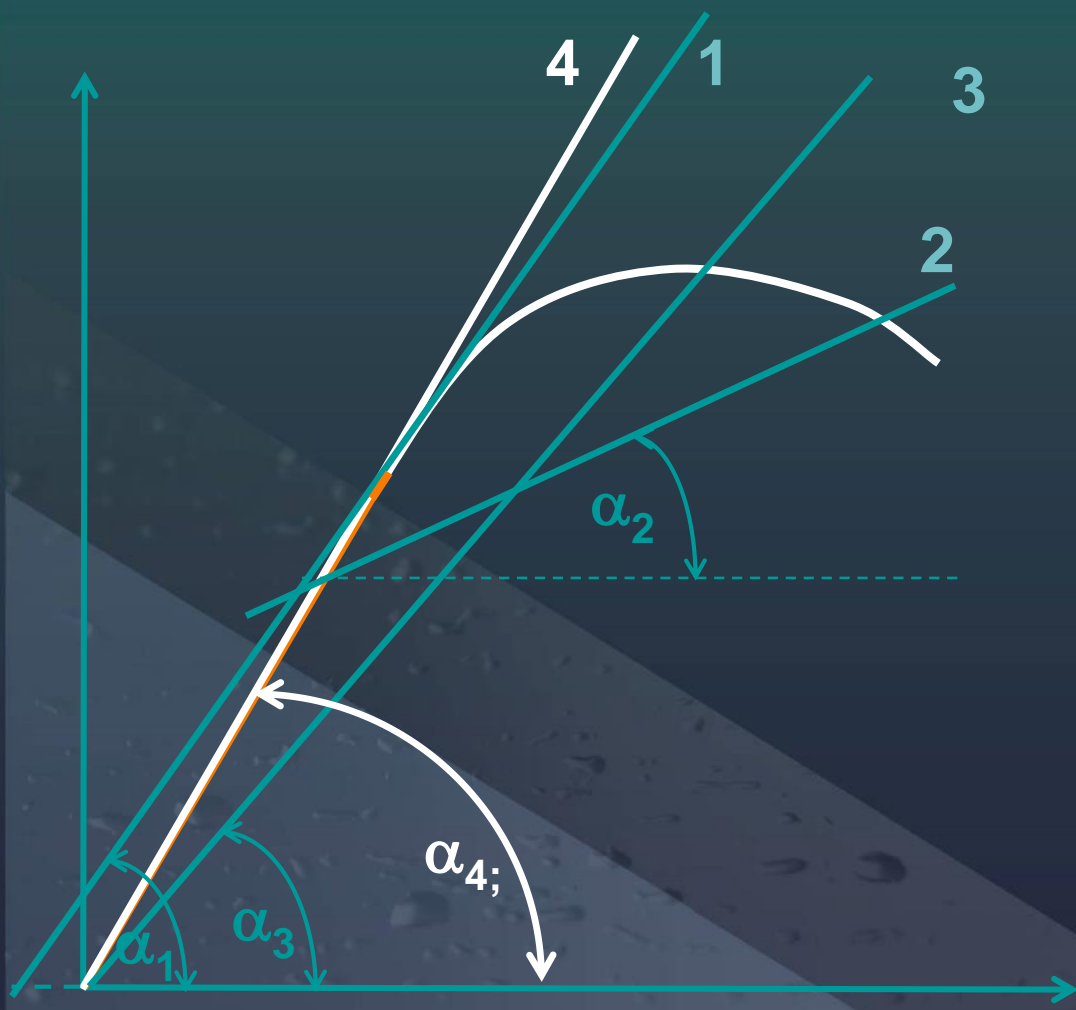
$$E = \operatorname{tg} \alpha$$







# Druhy modulů



- 1. tečnový
- 2. sečnový
- 3. počáteční sečnový
- 4. počáteční tečnový

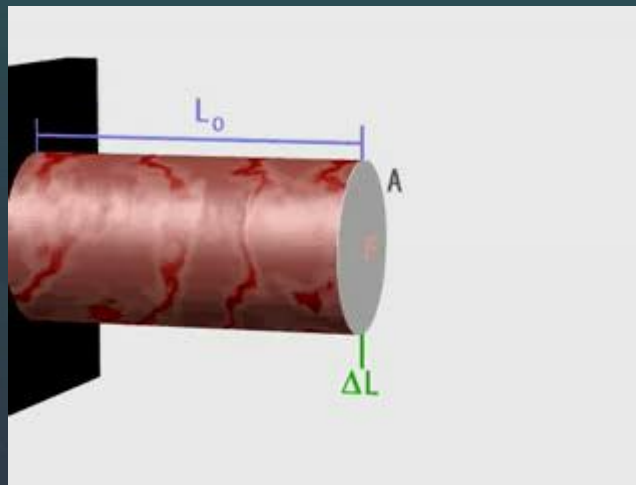
# Hodnoty modulu pružnosti

- **Lineárně pružné materiály:** hodnota je konstantní
- **Nelineární materiály:** hodnota se mění
  - průměrná hodnota z více měření pro více napětí
  - **pracovní modul** pružnosti



# Měření modulu pružnosti

- Statický modul pružnosti:



$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_{el}}$$

- **Napětí**  $\sigma$  – výpočet podle způsobu zatížení  
(např. v tlaku  $\sigma = F/A$   
v ohybu  $\sigma = M / W$ )



# Měření modulu pružnosti

- poměrná deformace  $\varepsilon$

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

$\Delta l$  .... skutečná deformace [mm]

$l$  ..... původní rozměr [mm]

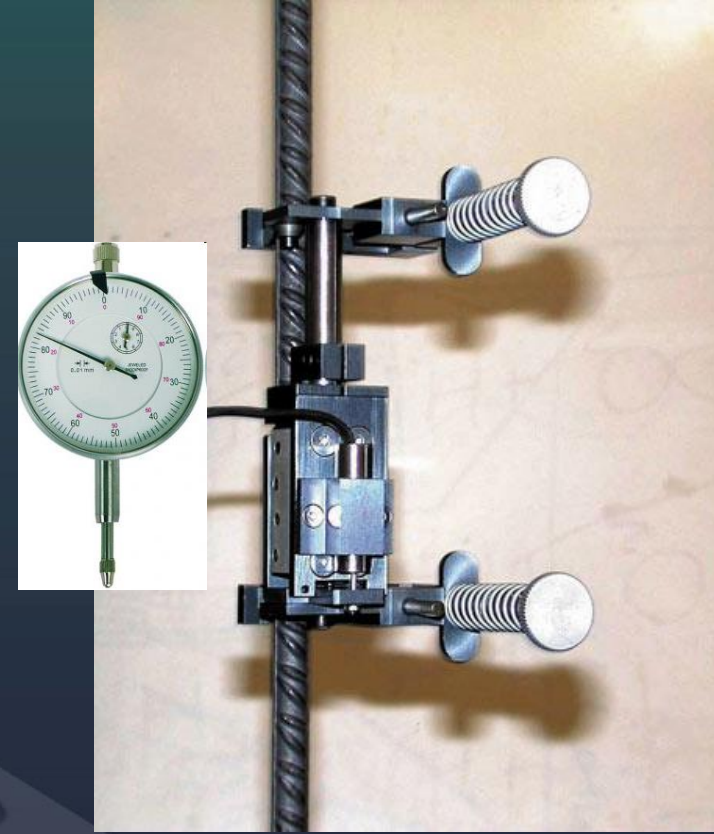




# Měření deformací $\Delta l$

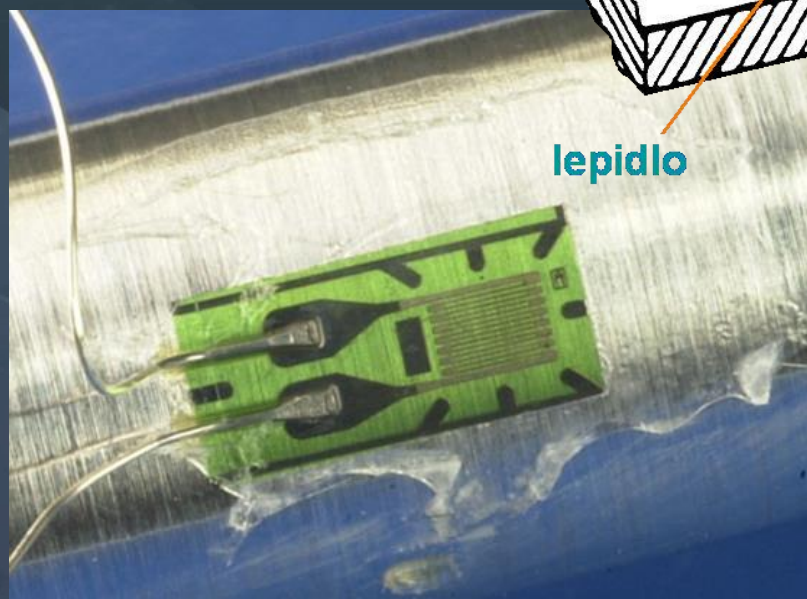
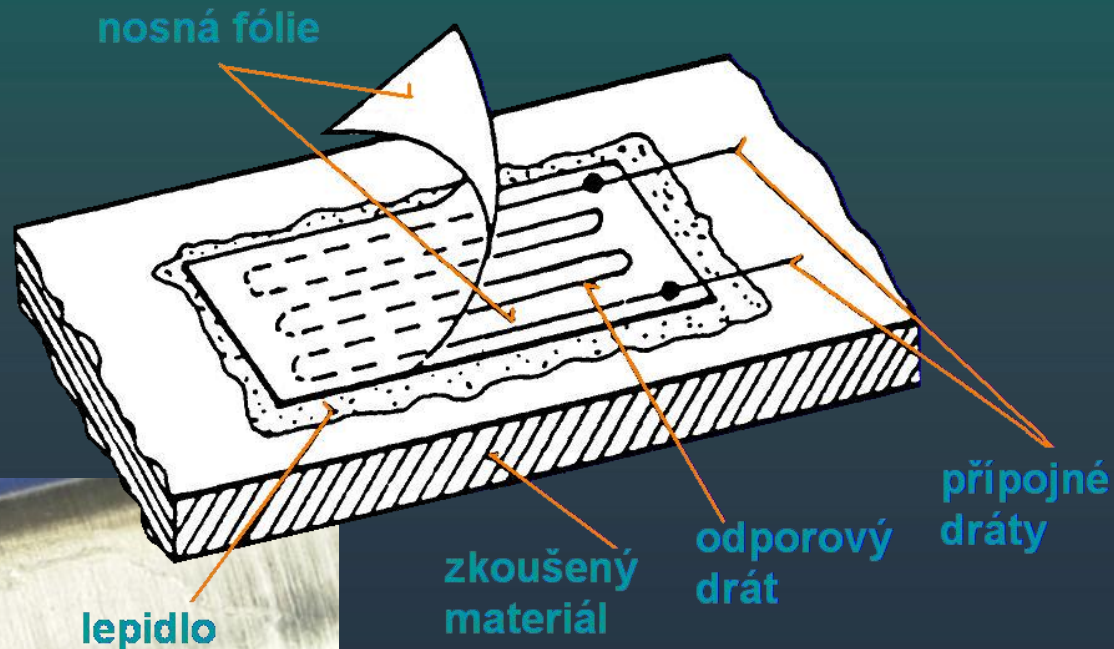
- Deformace  $\Delta l$  se měří pomocí **tenzometrů**
- **Tenzometr** = měřidlo přetvoření v malé oblasti zatěžovaného tělesa, lze na něm odečítat velmi malé délkové změny.
  - mechanické
  - optické
  - elektrické odporové

# Mechanický tenzometr





# Elektrický odporový tenzometr

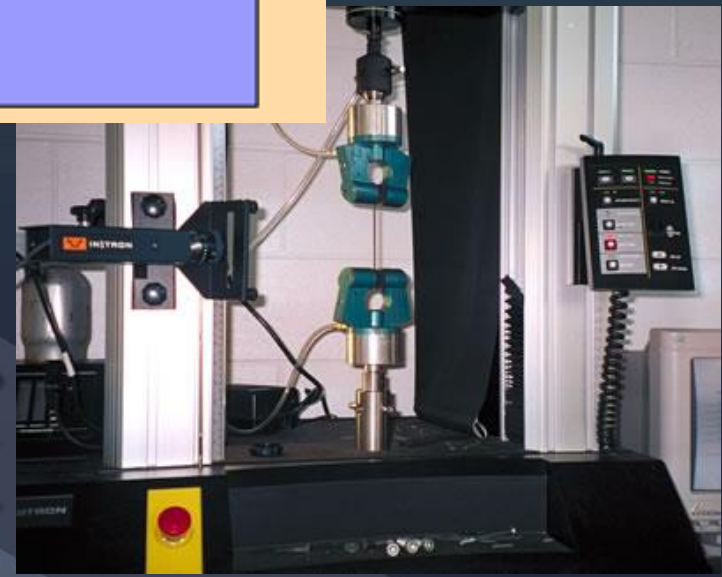
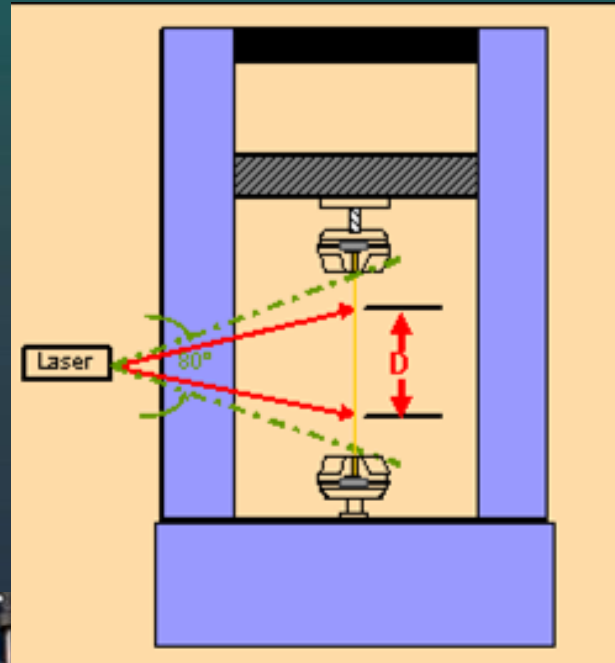


$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{K} \cdot \frac{\Delta R}{R}$$



# Optický tenzometr

- laserový



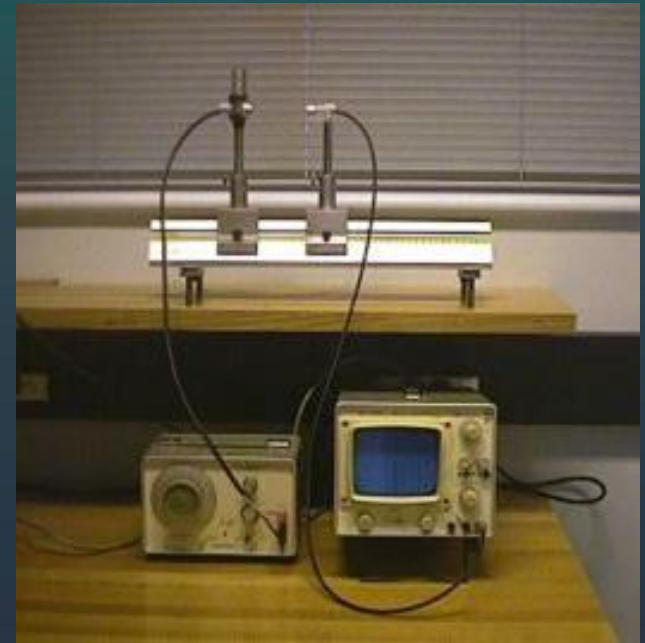




# Dynamický modul pružnosti

- ultrazvukem

$$E_{\text{dyn}} = c^2 \cdot \rho_v$$



$c$ ... rychlost průchodu zvuku [ $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ]

$\rho_v$ ... objemová hmotnost [ $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ]



# Modul pružnosti je ovlivňován:

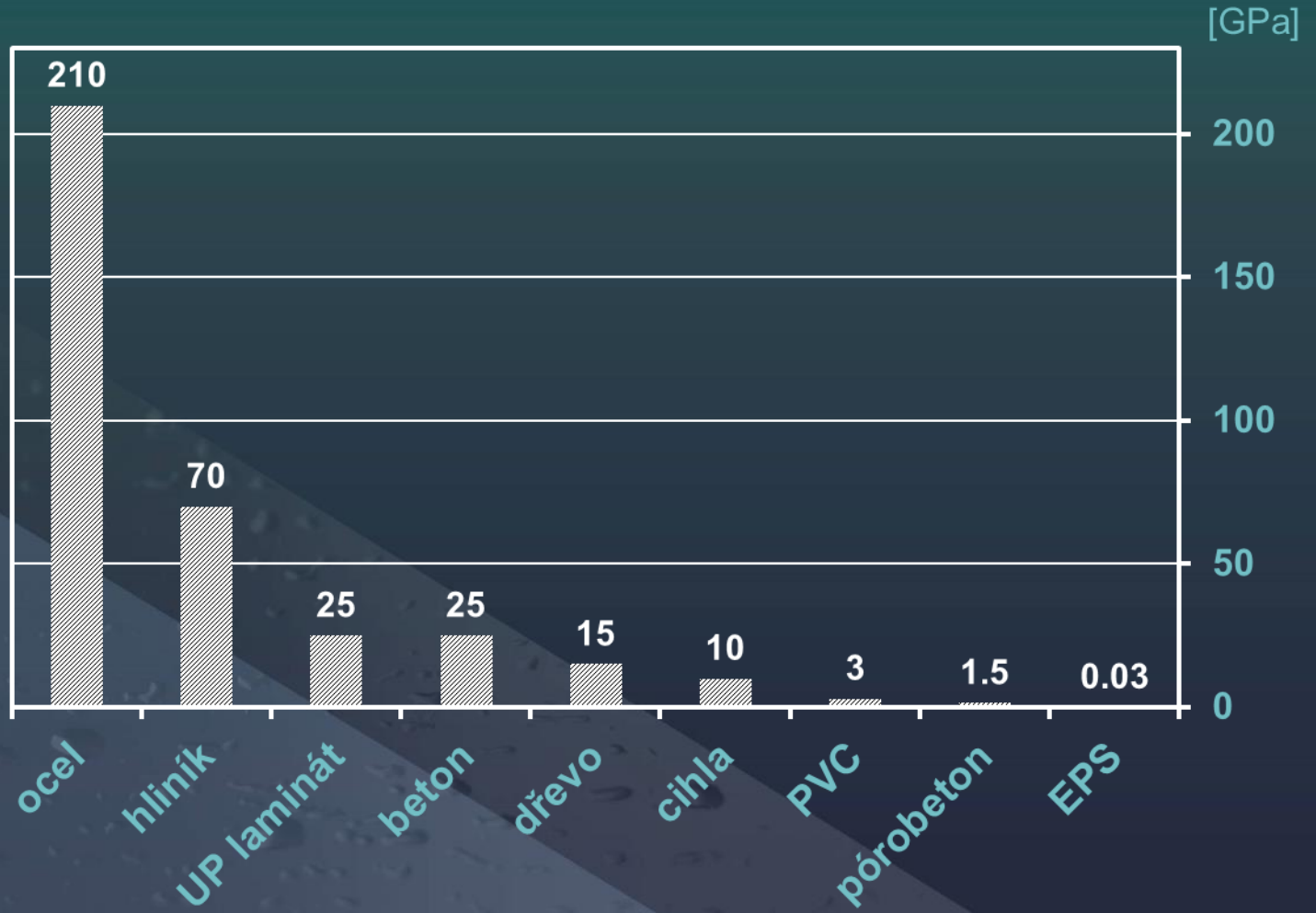
- **Teplotou**

- Termoplasty: se stoupající teplotou se  $E$  výrazně snižuje
- Beton:  $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$  -  $+70\text{ }^{\circ}\text{C}$  -  $E$  neměnné
  - pod  $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$  - cca o 20 % vyšší
  - nad  $300\text{ }^{\circ}\text{C}$  - cca 50 % hodnoty

- **Vlhkostí** – u pórovitých materiálů



# Modul pružnosti některých materiálů





Materiál	Modul pružnosti [G]
Diamant	1050-1200
Ocel	210
Sklo	50 -85
Hliník a lehké slitiny	65 -73
Mosaz a bronz	103-124
Beton obyčejný	15 - 60
Pálená cihla	8 - 12
Dřevo	7 -18
Skelný laminát	10 - 30
Reaktoplasty	4 - 13
Termoplasty hutné	0,1 - 4
Termoplasty pěnové	0,02 – 0,3
Kaučuk	0,002 –0,005

**Katedra materiálového inženýrství  
a chemie**

Stavební fakulta ČVUT v Praze

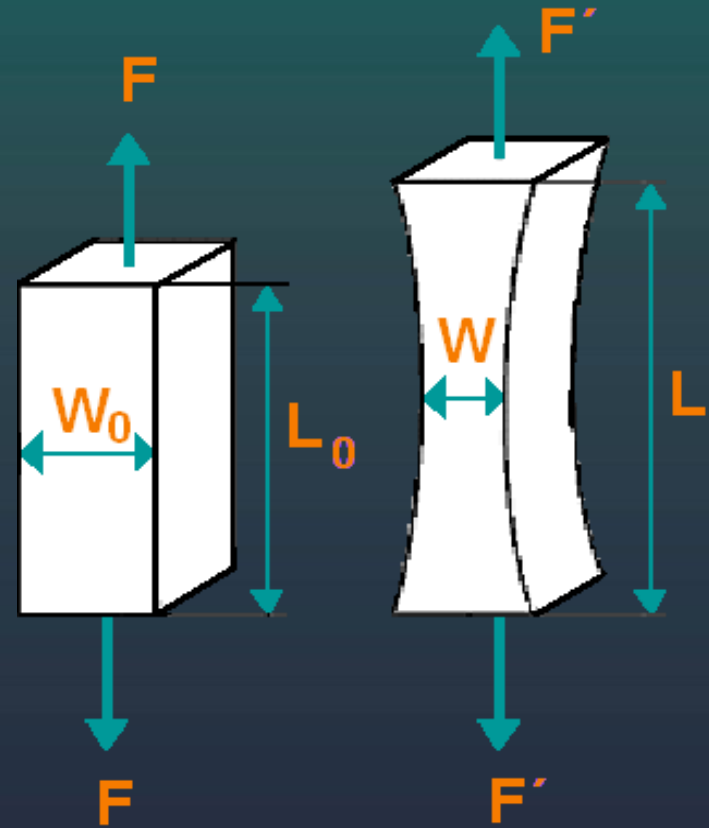


**Stavební hmoty**

# Součinitel příčné roztažnosti

- **Poissonovo číslo**
  - poměr mezi příčnou a podélnou poměrnou deformací

$$\mu = \frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_y}$$



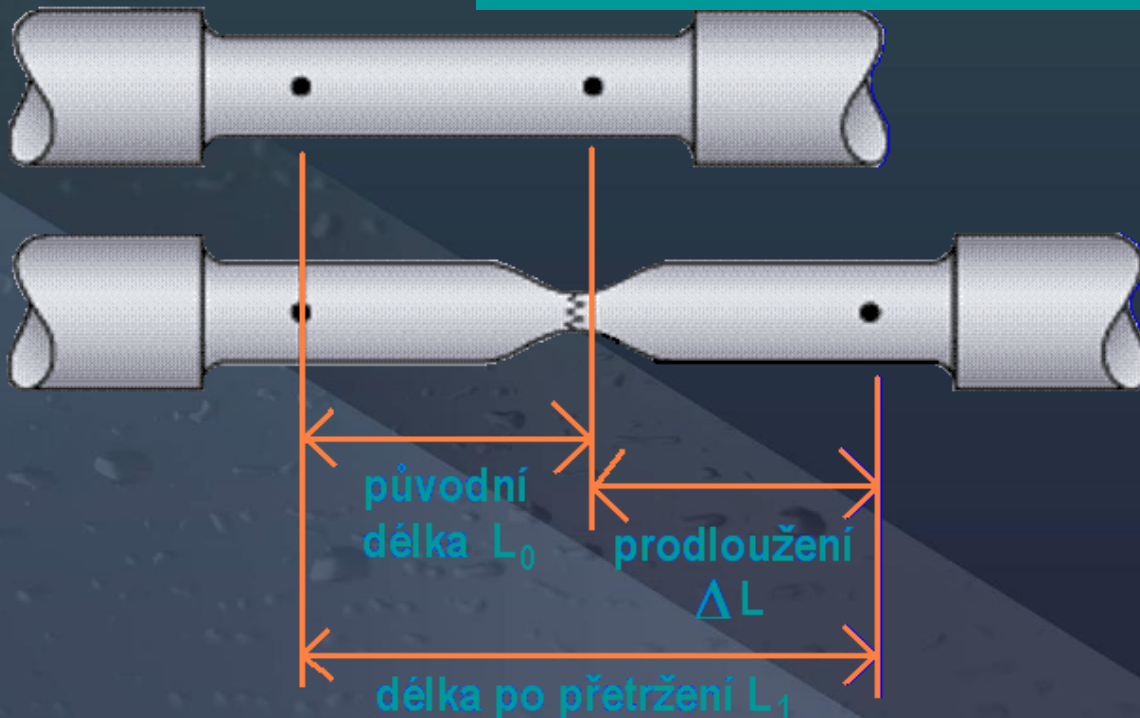
$$\mu = \frac{(W - W_0) / W}{(L - L_0) / L}$$



# Tažnost

- relativní prodloužení materiálu po tahové zkoušce

$$A(\delta) = \frac{L_1 - L_0}{L_0} = \frac{\Delta L}{L_0}$$





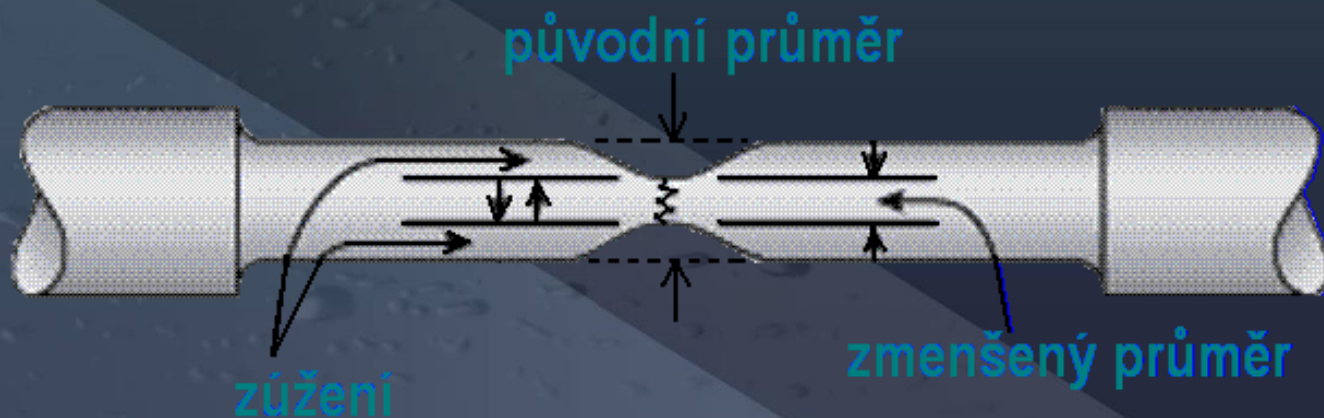
# Stažnost

- relativní zmenšení průřezu v místě přetržení

$$Z(\psi) = \frac{S_0 - S_1}{S_0}$$

$S_0$ ... plocha průřezu před zkouškou

$S_1$ ... plocha průřezu v místě zúžení po zkoušce





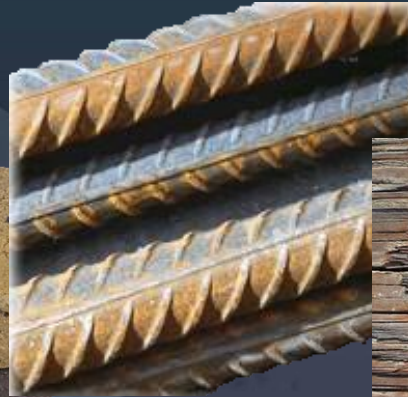
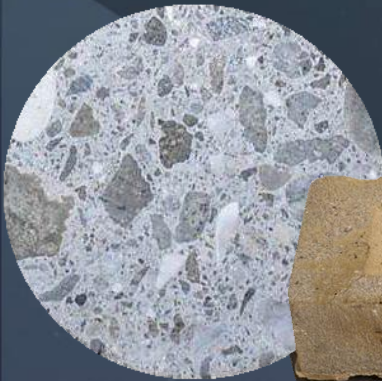


# Křehkost a houževnatost



# Křehkost a houževnatost

- **Křehké materiály** se při vyčerpání únosnosti poruší náhle, bez velkých přetvoření
- **Houževnaté materiály** před porušením vykazují značné deformace



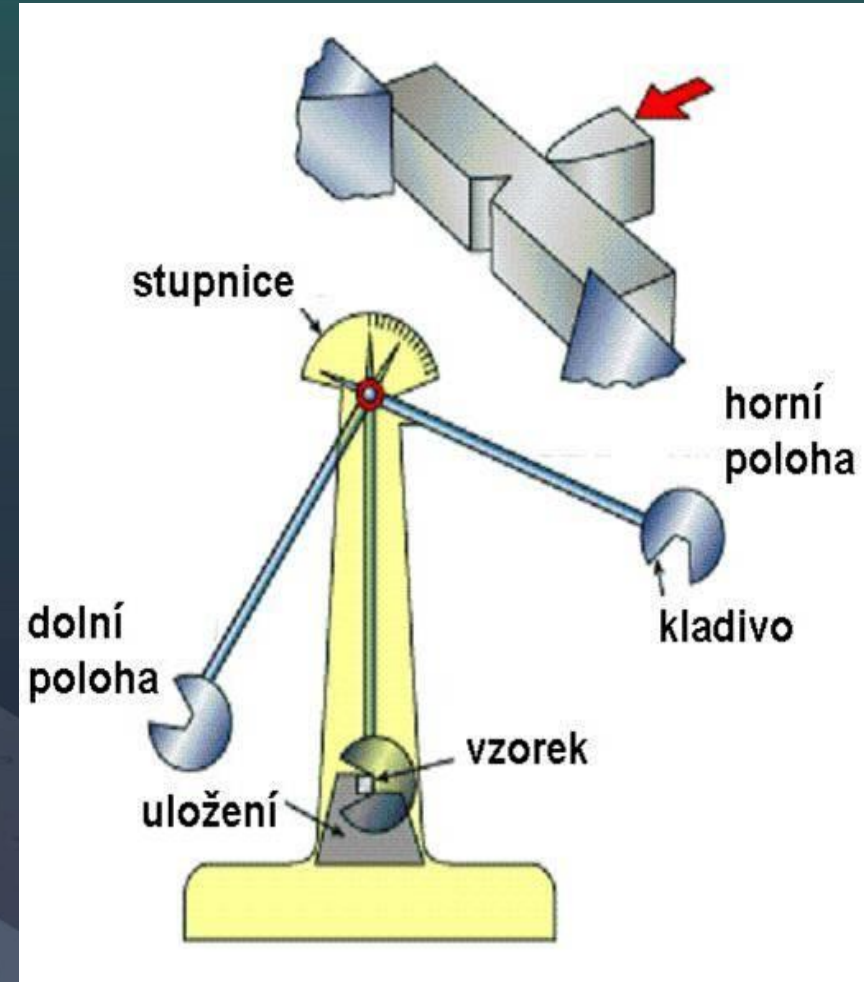


# Houževnatost rázová

- množství práce potřebné k přeražení zkušebního vzorku
- jednotky:  $\text{kJ/m}^2$

## Rázová pevnost:

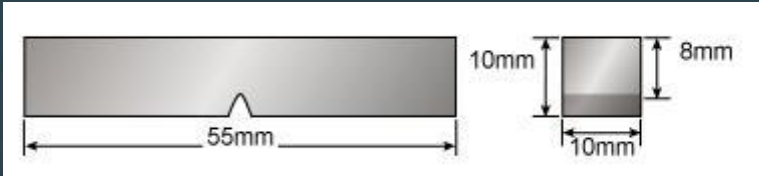
- práce vztažená na průřezový modul
- jednotky:  $\text{MPa}$



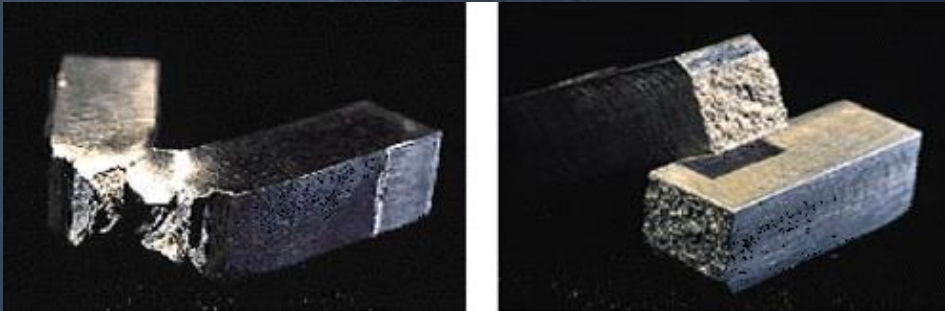


# Zkouška houževnatosti

- rázová
- vrubová



- Charpyho kladivo
- Izod test





# Zkouška Charpyho kladivem





# Křehkost

- protiklad houževnatosti
- není vyjadřován číselně



- přibližné kritérium pro křehkost:

**pevnost v tlaku : pevnost v tahu > 8 : 1**

**Katedra materiálového inženýrství  
a chemie**

Stavební fakulta ČVUT v Praze



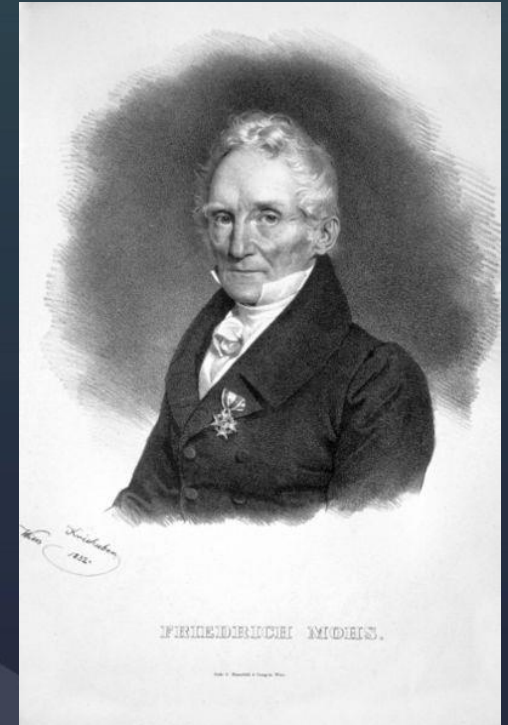
**Stavební hmoty**





# Tvrdost

- odpor proti vnikání cizího tělesa do povrchu
- závisí na teplotě a vlhkosti
- Metody:
  - vrypové
  - vnikací
  - odrazové







# Vrypové metody - Mohsova

1. mastek 
2. sůl kamenná (sádrovec) 
3. vápenec 
4. kazivec - fluorit 
5. apatit 
6. živec 
7. křemen 
8. topas 
9. korund 
10. diamant 



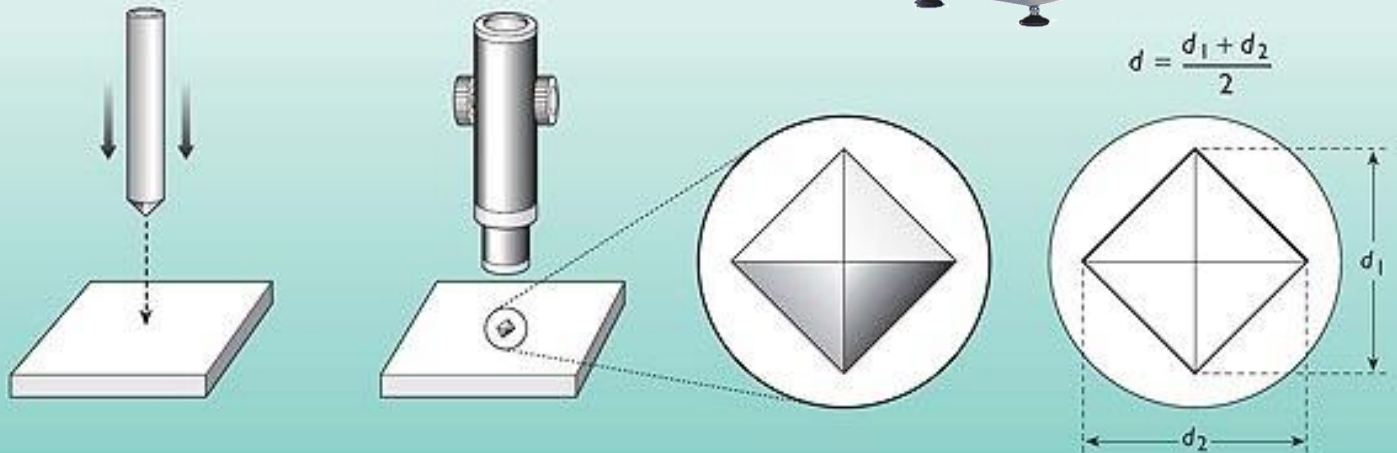


# Vnikací metody - Vickersova

- diamantový jehlan
- označení **HV**
- tvrdé kovy, slinuté karbidy



$$HV = 0,102 \times \frac{2F \sin \frac{136^\circ}{2}}{d^2} = 0,1891 \frac{F}{d^2}$$

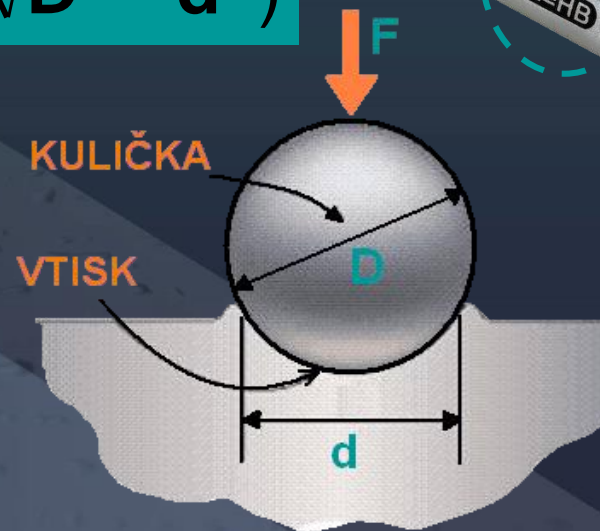
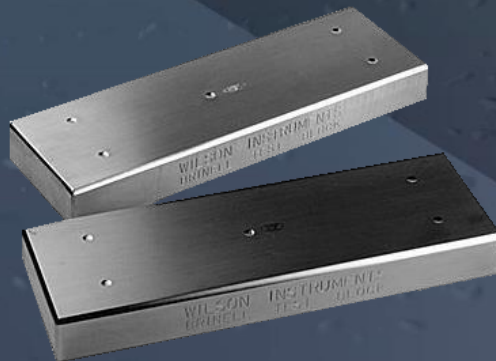




# Vnikací metody - Brinellova

- kulička z tvrzené oceli
- označení **HB**
- kovy, dřevo, tvrdé plasty

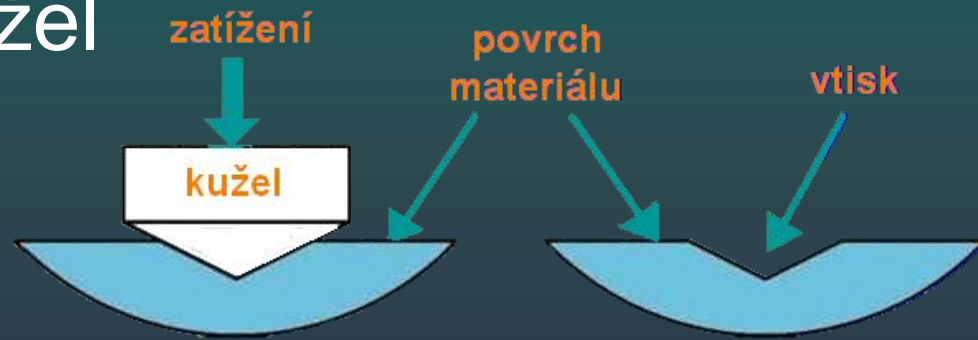
$$HB = 0,102 \frac{2F}{\pi \cdot D \cdot (D - \sqrt{D^2 - d^2})}$$





# Vnikací metody - Rockwellova

- diamantový kužel
- označení **HRC**
- tvrdé kovy



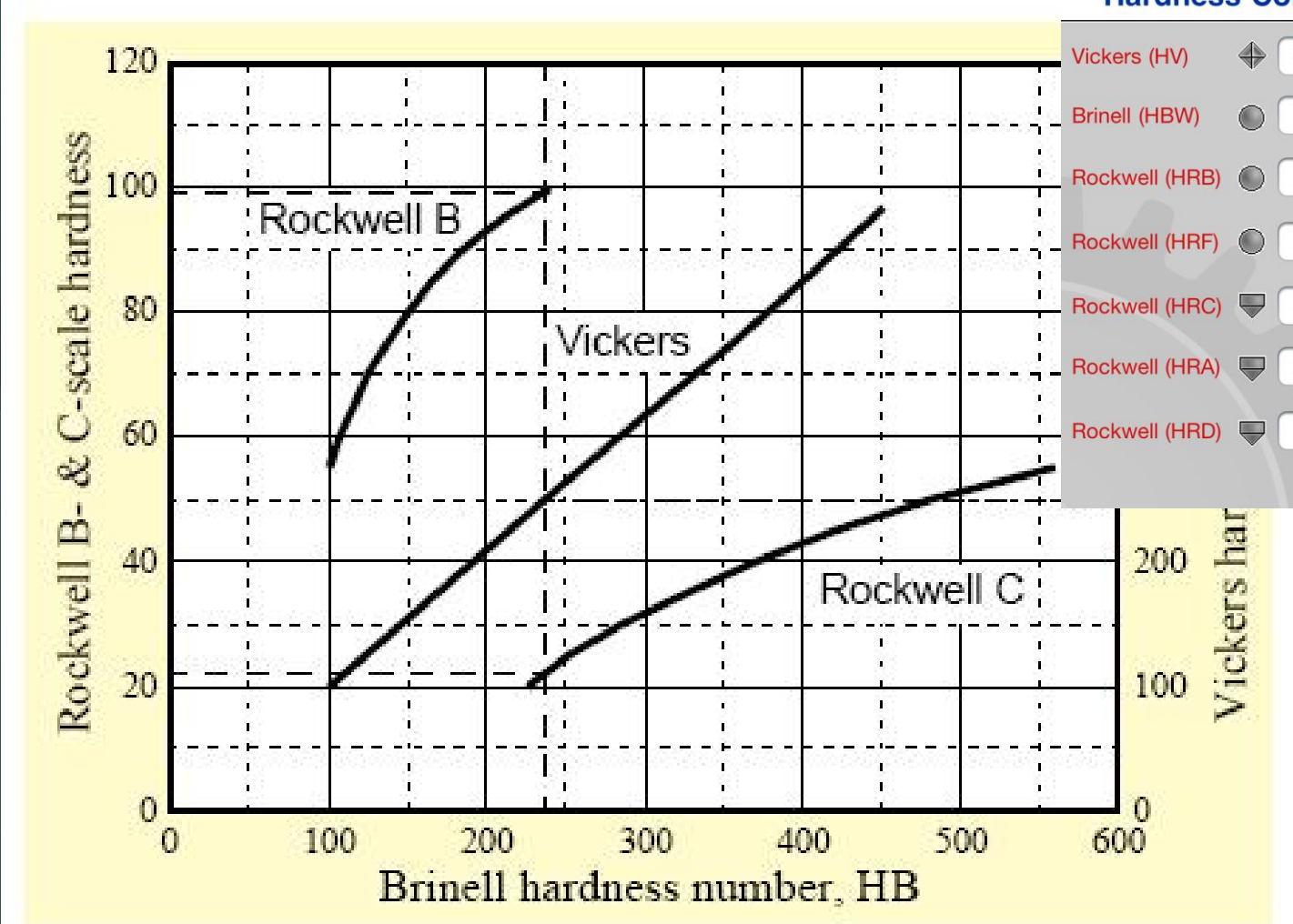
## Shoreova

- pružinový tvrdoměr s ocelovým hrotem
- označení **SH**
- měkké plasty, pryže





# Převod Brinellovy tvrdosti (HB) na tvrdost podle Vickerse (HV) nebo Rockwella



Hardness Conversion

- Vickers (HV)
- Brinell (HBW)
- Rockwell (HRB)
- Rockwell (HRC)
- Rockwell (HRA)
- Rockwell (HRD)



# Vnikací metoda – **POLDI** kladívko

- porovnání vtisků na porovnávací tyčince známé tvrdosti a zkoušeném materiálu



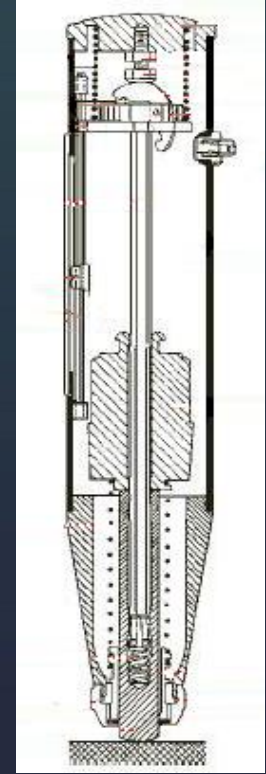
porovnávací tyčinka

zkoušený materiál



# Odrazové metody – Schmidtův tvrdoměr

- měření velikosti pružné reakce od vyvozeného úderu





# Přepočet na pevnost betonu

