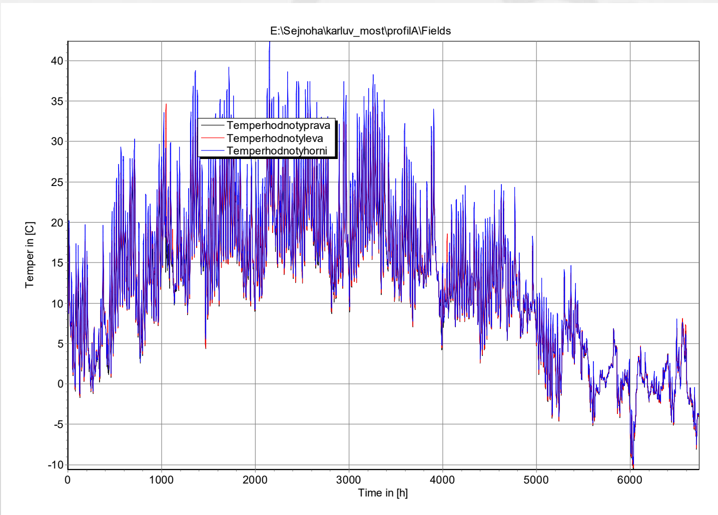
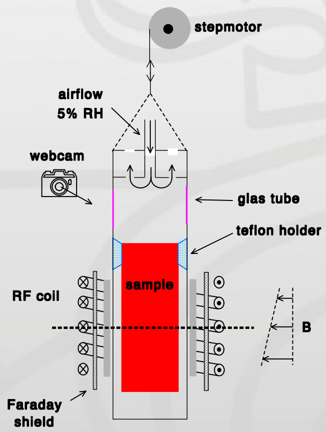
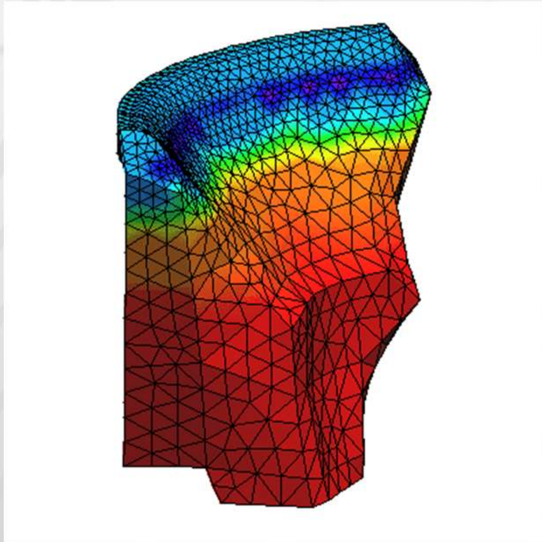
KATEDRA MATERIÁLOVÉHO INŽENÝRSTVÍ A CHEMIE

Vliv prostředí na stavební materiály

2P + 2C







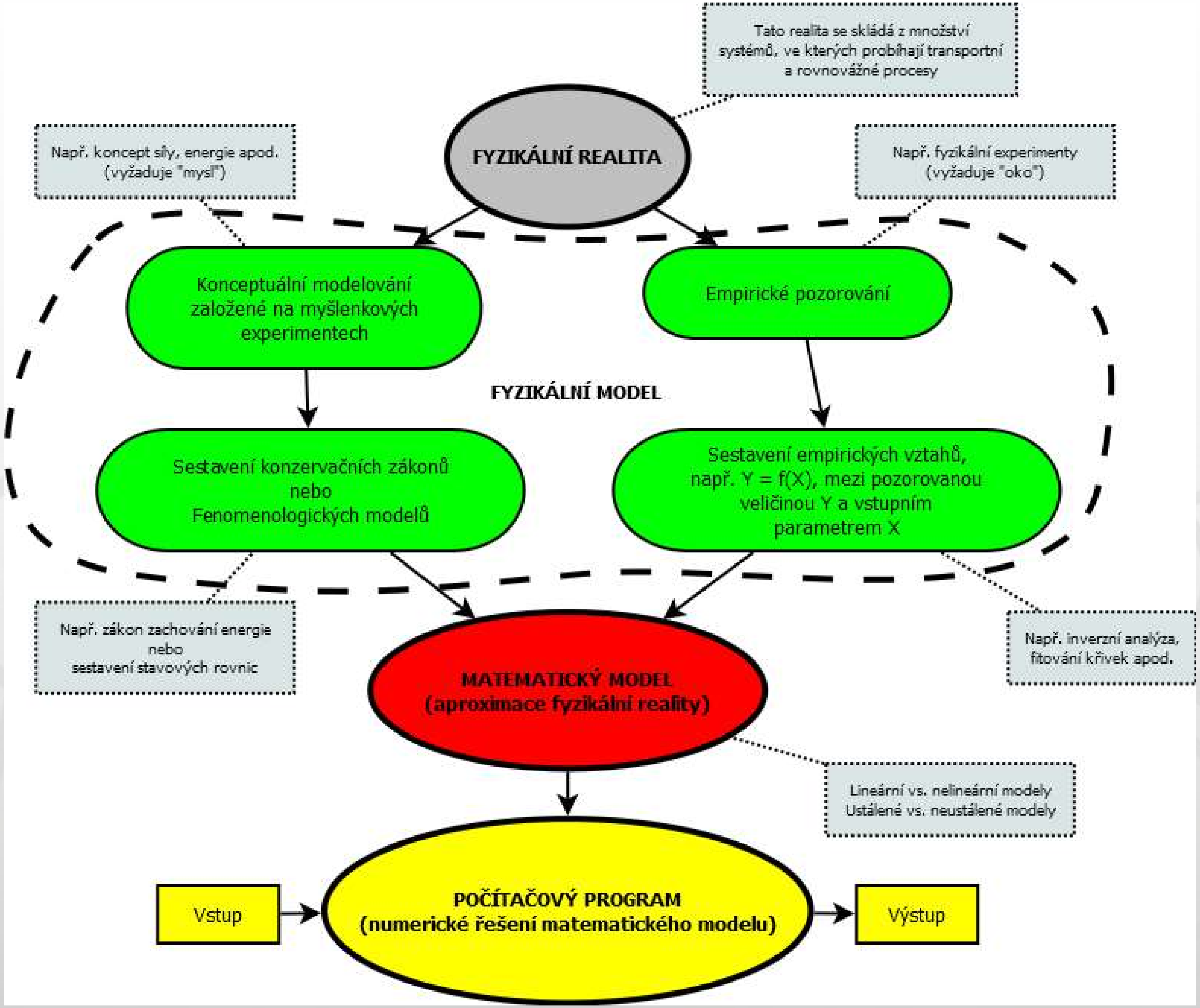
Fyzikálně – matematické modely

- Fyzikální realita
- Fyzikální model - popisující přenos tepla a vlhkosti ve stavebních materiálech
  - Kvalitativní popis – komplikované - experimenty
  - Kvantitativní popis - nepřesný, stochastický charakter přenosu (např. nehomogenita materiálu) - přibližné odhady
  - Fyzikální model problému tak obsahuje kvantitativní popis, jenž je zatížen určitou nejistotou.

- Fyzikální model
  - základě zákonů zachování veličin (např. zákon zachování hmotnosti, energie apod.)
  - základě empirických pozorování (např. pomocí fyzikálních experimentů).
- Na základě fyzikálního modelu - **Matematický model** - fyzikální realita.
- Rozdělení
  - Lineární x nelineární
  - Ustálený x neustálený

- Počítačový program obsahuje numerické řešení matematického modelu.
- Numerické aproximace
  - MKP, MKO, MS
- Výpočetní programy – WUFI, AREA, TEPLO …

Vliv prostředí na stavební materiály
3. Přednáška - Fyzikálně – matematické modely



- Transportní procesy
  - Tepla
  - Vlhkosti
  - Tepla a vlhkosti
  - Vlhkosti a chemických látek
  - Tepla, vlhkosti a chemických látek
  - Tepla, vlhkosti a mechanika
  - Tepla, vlhkosti a další procesy
  - Zvuk

- Teplo - vedením – kondukcí
  - v pevných látkách, kapalinách, plynech
  - při kterém částice látky v oblasti s vyšší střední kinetickou energií předávají část své pohybové energie prostřednictvím vzájemných srážek částicím v oblasti s nižší střední kinetickou energií.
  - Částice se přitom nepřemísťují, ale kmitají kolem svých rovnovážných poloh.

$$q = \lambda \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

- Teplo - prouděním – konvekcí
  - v kapalinách, plynech
  - rovnice zahrnují zákon zachování hmoty (rovnice kontinuity), zákon zachování hybnosti a zákon zachování energie
- Přirozená konvekce
  - není závislé na vnějším zdroji, ale na objemových změnách, například vlivem teploty v gravitačním poli.

- Teplo – přirozená konvekce
  - N-S rovnice - Boussinesqova aproximace

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} = \frac{1}{\rho_{air}} \left[-\frac{\partial p}{\partial x} + \mu_{air} \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} \right) \right],$$

$$\frac{\partial u_y}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} = \frac{1}{\rho_{air}} \left[-\frac{\partial p}{\partial y} + \mu_{air} \left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} \right) + \left(\rho \beta \right)_{air} g \Delta T \right],$$

- Teplo – přirozená konvekce

Rayleighovo číslo

$$Ra = Gr \cdot Pr,$$

Pr (-) -vyjadřuje míru podobnosti mezi rychlostním a teplotním polem

$$Pr = \frac{\gamma}{a},$$

Grashofovo číslo

$$Gr = \frac{g\beta\Delta T L^3}{\gamma^2},$$

Ra < 10^8 – laminární proudění

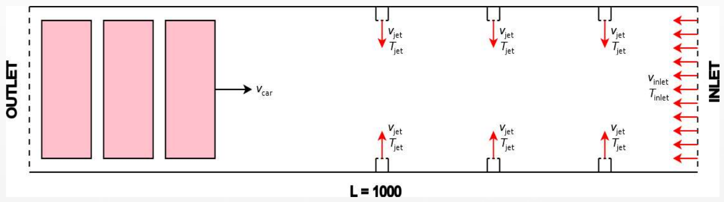
10^8 < Ra < 10^{10} – přechodová oblast

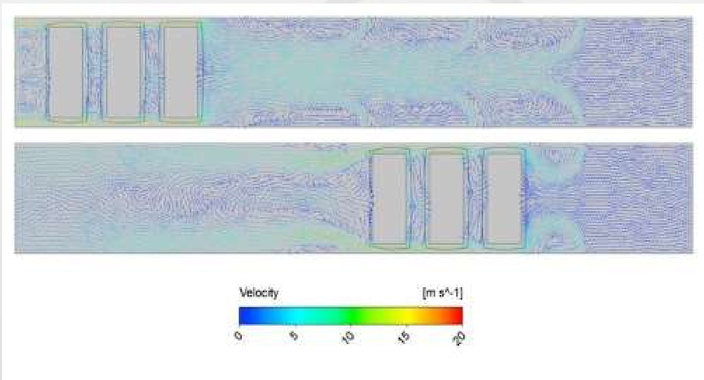
10^{10} > Ra – turbulentní proudění

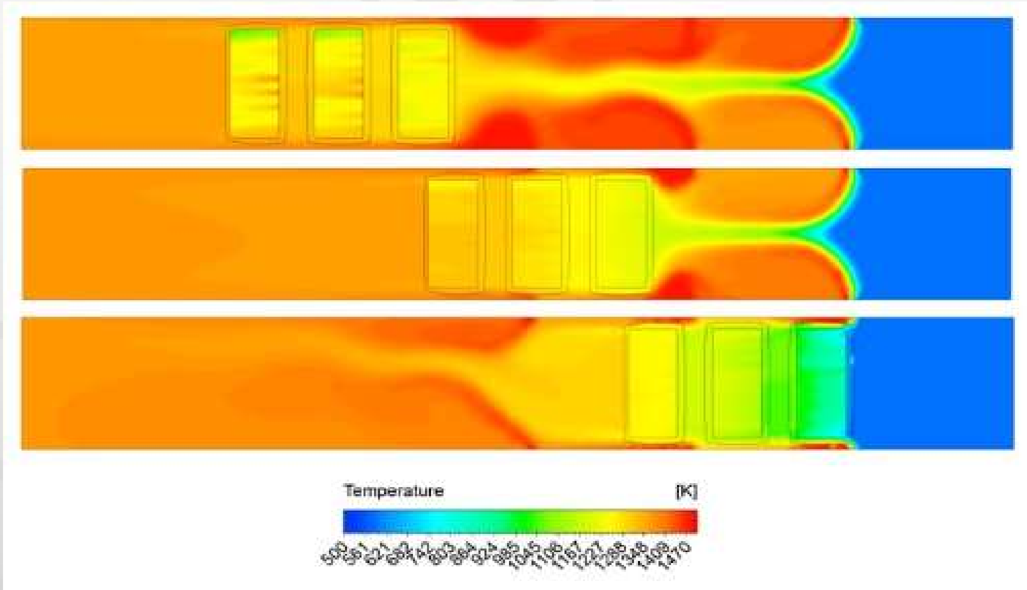
Nu (-) - poměr konvektivního přenosu tepla k vedení tepla

$$Nu = \frac{\alpha L}{\lambda},$$

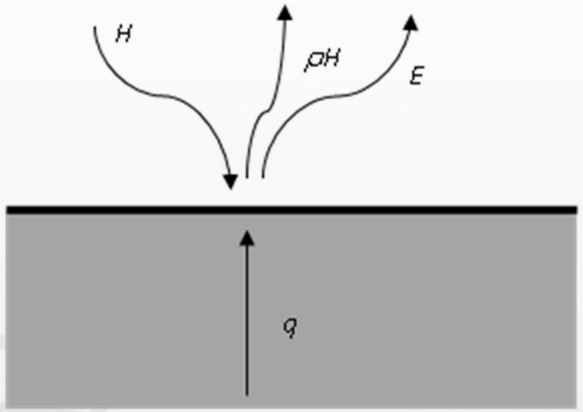
- Teplo – přirozená konvekce







- Teplo – sáláním – Radiací
  - – Bilance povrchové energie
  - – příchozí záření H (irradiation)
  - – odražené záření ρH (reflection)
  - – vyzářenou energii E (emission)



– $q = q_{out} - q_{in} = (q_{emission} + q_{reflection}) - q_{irradiation} = (E + \rho H) - H$

q je čistý tepelný tok proudící k povrchu materiálu

q + pokud teplo proudí z materiálu směrem do dutiny
- záporný, pokud proudí směrem z dutiny do materiálu

- Teplo – sáláním – Radiací

Stefan-Boltzmanový zákon - množství energie, které dokonale černé těleso o jednotkové ploše vysálá za jednotku času

$$E_{\mathrm{o}} = \sigma_{\mathrm{SB}} T^4$$

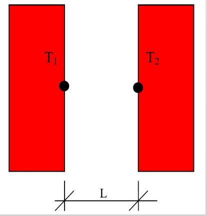
σ_{SB} (W·m^{-2}·K^{-4}) je Stefan-Boltzmannova konstanta

Emisivita tělesa ε (-)

$$\varepsilon = \frac{E}{E_0}$$

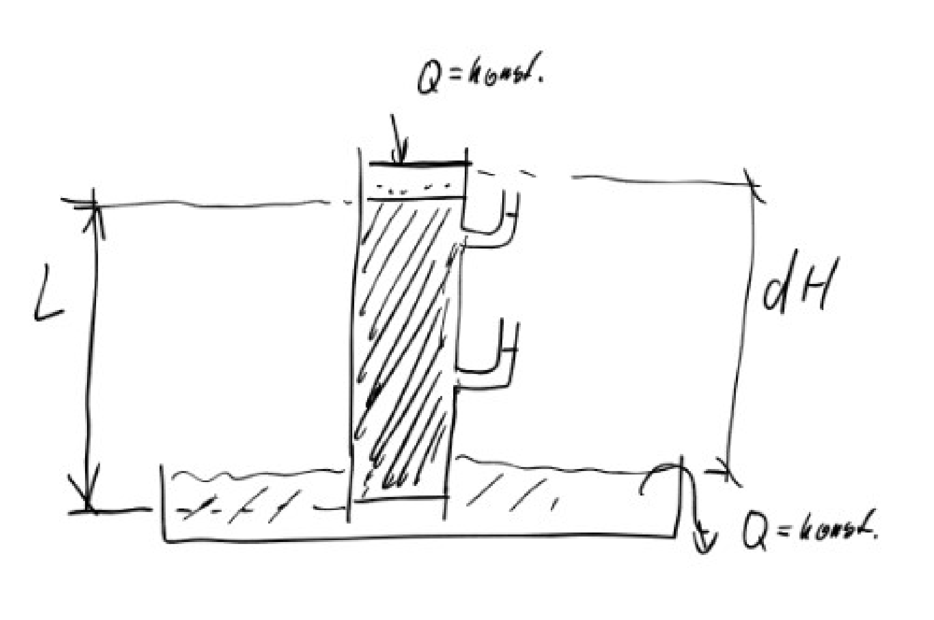
Aproximace pomocí obdélníků

$$q_{\mathrm{rad}} = \varepsilon \sigma_{\mathrm{SB}} \left(T_1^4 - T_2^4 \right)$$



- Vlhkost – konvektivní model
  - vlhkost proudí v porézním systému materiálu kanálky (kapiláry, soustava pórů) obdobně jako např. v potrubí
  - Darcyho zákon

1856



$$v = K_s \frac{\Delta H}{L}$$

• Vlhkost – konvektivní model

Richards (1931)

$$\frac{\partial w}{\partial t} = div\left(K\left(H\right) grad\ h\right)$$

I. způsob

$$c_w \frac{\partial H}{\partial t} = div\left(K\left(H\right) grad\ H\right) + \frac{\partial K\left(H\right)}{\partial z}$$

II. způsob

$$\frac{\partial w}{\partial t} = div\left(D\left(w\right) grad\ w\right) + \frac{\partial K\left(w\right)}{\partial w} \frac{\partial w}{\partial z}$$

- Vlhkost – difúzní model

  – je transportována v porézním systému materiálu mechanismem podobným přenosu ve směsi dvou plynů

  – Lykov 1966, Krischer 1963

- Vlhkost – difúzní model

Lykovův model

$$\frac{\partial u}{\partial t} = div(a_m grad\ u)$$

- Vlhkost – difúzní model

Krischerův model

$$\rho_w \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\Pi - w}{R_v T}\frac{\partial p_l}{\partial t} = \rho_w \kappa \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{D}{\mu R_v T}\frac{p}{p - p_l}\frac{\partial^2 p_l}{\partial x^2}$$

$$\rho_w \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\Pi - w}{R_v T}\frac{\partial p_l}{\partial t} = \rho_w \kappa \mathrm{grad}\, \mathrm{w} + \frac{D}{\mu R_v T}\frac{p}{p - p_l}\, grad p_l$$

- Transport tepla a vlhkosti

$$\overrightarrow{j_c} = -\rho(D grad\ c + \delta grad\ T + \varphi grad\ P)$$

$$\overrightarrow{j_Q} - \overrightarrow{\mu j_c} = -k grad\ T - k_c grad\ c - k_p grad\ P$$

Kde
- j_c , $\overrightarrow{j_Q}$ - hustota toku koncentrace vlhkosti, tepelného toku
- D – součinitel difúze
- δ – součinitel termodifúze (Soretův koef)
- φ – součinitel barodifúze
- k – zobecněný souč. tepelné vodivosti
- k_c - Dufourův koef.
- k_p - koeficinet vlivu tlaku na teplotu

- Transport tepla a vlhkosti
  - Philip a de Vries (1957)

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \mathrm{div}\left(D_w \,\mathrm{grad}\, w\right) + \mathrm{div}\left(D_T \,\mathrm{grad}\, T\right) + \frac{\partial K_l}{\partial z}$$

$$C\frac{\partial T}{\partial t} = \mathrm{div}\left(\lambda \,\mathrm{grad}\, T\right) - L\,\mathrm{div}\left(D_{wv} \,\mathrm{grad}\, w\right)$$

D_w je celkový koeficient difúze (pro vodu i vodní páru, $D_w = D_{wl} + D_{wv}$),
D_T celkový koeficient termodifúze (pro vodu i vodní páru, $D_T = \mathrm{D}_{Tw} + \mathrm{D}_{Tv}$),
K_l je hydraulická vodivost
λ součinitel tepelné vodivosti
C objemová tepelná kapacita
L latentní teplo vypařování

- Transport tepla a vlhkosti
  - Milly (1982)

$$\left\{\left(1-\frac{1}{\rho_l}\varphi p_{vs}\frac{M}{RT}\right)\frac{\partial u_l}{\partial \psi}+\frac{a}{\rho_s}\varphi p_{vs}g\left(\frac{M}{RT}\right)^2\right\}\frac{\partial \psi}{\partial t}+\left\{\begin{aligned}&\left(1-\frac{1}{\rho_l}\varphi p_{vs}\frac{M}{RT}\right)\frac{\partial u_l}{\partial T}+\\&\frac{a}{\rho_s}\varphi p_{vs}\frac{M}{RT}\left(-\frac{\psi g M}{RT^2}+\frac{1}{p_{vs}}\frac{dp_{vs}}{dT}-\frac{1}{T}\right)\end{aligned}\right\}\frac{\partial T}{\partial t}=$$

$$=\frac{\rho_l}{\rho_s}\left\{div\left[(k_l+k_v)grad\,\psi+D_{Tv}gradT\right]\right\}$$

$$\left\{\begin{aligned}&\left(h_l-\frac{1}{\rho_l}\varphi p_{vs}\frac{M}{RT}h_v\right)\frac{\partial u_l}{\partial \psi}+\\&\frac{a}{\rho_s}\varphi p_{vs}g\left(\frac{M}{RT}\right)^2 h_v\end{aligned}\right\}\frac{\partial \psi}{\partial t}+\left\{\begin{aligned}&\left(h_l-\frac{1}{\rho_l}\varphi p_{vs}\frac{M}{RT}h_v\right)\frac{\partial u_l}{\partial T}+\\&\left[\begin{aligned}&c_s+c_l u_l+c_v u_v+\\&h_v\frac{a}{\rho_s}\varphi p_{vs}\frac{M}{RT}\left(\begin{aligned}&-\frac{\psi g M}{RT^2}+\\&\frac{1}{p_{vs}}\frac{dp_{vs}}{dT}-\frac{1}{T}\end{aligned}\right)\end{aligned}\right]\end{aligned}\right\}\frac{\partial T}{\partial t}=$$

$$=\frac{1}{\rho_s}\left\{div\left[\begin{aligned}&(h_l\rho_l k_l+h_v\rho_l k_v)grad\psi+\\&(\lambda+h_v\rho_l D_{Tv})gradT\end{aligned}\right]\right\}.$$

- Transport tepla a vlhkosti
  - Lykov (1972)

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a_{\mathrm{m}} \operatorname{div} \operatorname{grad} u + a_{\mathrm{m}}^{T} \operatorname{div} \operatorname{grad} T.$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \left(a + a_{\mathrm{m1}} \frac{L_{\mathrm{v}}}{c}\right) \operatorname{div} \operatorname{grad} T + a_{\mathrm{m1}} \frac{L_{\mathrm{v}}}{c} \operatorname{div} \operatorname{grad} u +$$

$$+\frac{1}{c}[(c_1 a_{\mathrm{m1}} + c_2 a_{\mathrm{m2}}) \operatorname{grad} u + (c_1 a_{\mathrm{m1}}^{T} + c_2 a_{\mathrm{m2}}^{T}) \operatorname{grad} T] \cdot \operatorname{grad} T.$$

- Transport tepla a vlhkosti
  - Krischer (1982)

$$\rho_w \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\Pi - w}{R_v T}\frac{\partial p_l}{\partial t} = \rho_w \kappa \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{D}{\mu R_v T}\frac{p}{p - p_l}\frac{\partial^2 p_l}{\partial x^2}$$

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + L_v \left(\frac{D}{\mu R_v T}\frac{p}{p - p_l}\frac{\partial^2 p_l}{\partial x^2} - \frac{\Pi - w}{R_v T}\frac{\partial p_l}{\partial t} \right)$$

- Transport tepla a vlhkosti
  - Grunewald

$$s_{11}\frac{\partial w_l}{\partial t}+s_{12}\frac{\partial p_g}{\partial t}+s_{13}\frac{\partial c_s}{\partial t}+s_{14}\frac{\partial T}{\partial t}=-\operatorname{div}\left[(\rho_w\vec{v}^{ml}-\vec{j}^{ms}_{dif}-\vec{j}^{ms}_{disp})w_l+(\rho_v\vec{v}^{mg}+\vec{j}^{mv}_{dif})w_g\right]$$

$$s_{21}\frac{\partial w_l}{\partial t}+s_{22}\frac{\partial p_g}{\partial t}+s_{23}\frac{\partial c_s}{\partial t}+s_{24}\frac{\partial T}{\partial t}=-\operatorname{div}\left[(\rho_a\vec{v}^{mg}-\vec{j}^{mv}_{dif})w_g\right]$$

$$s_{31}\frac{\partial w_l}{\partial t}+s_{32}\frac{\partial p_g}{\partial t}+s_{33}\frac{\partial c_s}{\partial t}+s_{34}\frac{\partial T}{\partial t}=-\operatorname{div}\left[(\rho_s\vec{v}^{ml}+\vec{j}^{ms}_{dif}+\vec{j}^{ms}_{disp})w_l\right]$$

$$s_{41}\frac{\partial w_l}{\partial t}+s_{42}\frac{\partial p_g}{\partial t}+s_{43}\frac{\partial c_s}{\partial t}+s_{44}\frac{\partial T}{\partial t}=-\operatorname{div}\left[\rho_l u_l\vec{v}^{ml}w_l+(\rho_v u_v+\rho_a u_a)\vec{v}^{mg}w_g\right]-\operatorname{div}\vec{j}^{Q}_{dif}-$$

$$-\operatorname{div}\left[(h_s-h_w)(\vec{j}^{ms}_{dif}+\vec{j}^{ms}_{disp})w_l\right]-\operatorname{div}\left[(h_v-h_a)\vec{j}^{mv}_{dif}w_g\right],$$

- Transport tepla a vlhkosti
  - Grunewald

$$\vec{j}^{\,\mathrm{ml}}_{\mathrm{con}} = \rho_\mathrm{l}\vec{v}^{\,\mathrm{ml}} = -K_\mathrm{l}(\mathrm{grad}\ p_\mathrm{c} + \rho_\mathrm{l}\vec{g}) - K_\mathrm{l}\ \mathrm{grad}\ p_\mathrm{g}$$

$$\vec{j}^{\,\mathrm{mv}}_{\mathrm{con}} = \rho_\mathrm{g}\vec{v}^{\,\mathrm{mg}} = -K_\mathrm{g}(\mathrm{grad}\ p_\mathrm{g} + \rho_\mathrm{g}\vec{g})$$

$$\vec{j}^{\,\mathrm{mv}}_{\mathrm{dif}} = -\rho_\mathrm{g}D^\mathrm{v}\ \mathrm{grad}\ c_\mathrm{v} - D^\mathrm{v}_\mathrm{p}\frac{M_\mathrm{g}}{RT}\ \mathrm{grad}\ p_\mathrm{g}$$

$$\vec{j}^{\,\mathrm{ms}}_{\mathrm{dif}} = -\rho_\mathrm{l}D^\mathrm{s}\ \mathrm{grad}\ c_\mathrm{s} - \rho_\mathrm{l}\kappa_\mathrm{l}D^\mathrm{s}_\mathrm{p}(\mathrm{grad}\ p_\mathrm{c} + \ \mathrm{grad}\ p_\mathrm{g})$$

$$\vec{j}^{\,\mathrm{ms}}_{\mathrm{disp}} = -\frac{|\vec{v}^{\,\mathrm{ml}}|}{w_\mathrm{l}}D^\mathrm{s}_\mathrm{d}\ \mathrm{grad}\ c_\mathrm{s}$$

$$\vec{j}^{\,\mathrm{Q}}_{\mathrm{dif}} = -\lambda\ \mathrm{grad}\ T,$$

$$s_{11} = \rho_\mathrm{w} - \rho_\mathrm{v} + w_\mathrm{g}\frac{M_\mathrm{v}}{RT}p_\mathrm{sat}\frac{\partial\varphi}{\partial w_\mathrm{l}} \qquad s_{12} = 0 \qquad s_{13} = -\rho_\mathrm{v}\frac{\partial w_\mathrm{p}}{\partial c_\mathrm{s}} + w_\mathrm{l}\frac{\partial\rho_\mathrm{w}}{\partial c_\mathrm{s}} + w_\mathrm{g}p_\mathrm{sat}\frac{M_\mathrm{v}}{RT}\frac{\partial\varphi}{\partial c_\mathrm{s}}$$

$$s_{14} = w_\mathrm{l}\frac{\partial\rho_\mathrm{w}}{\partial T} + w_\mathrm{g}\frac{M_\mathrm{v}}{RT}\left(\varphi\frac{\mathrm{d}p_\mathrm{sat}}{\mathrm{d}T} - \frac{p_\mathrm{v}}{T} + p_\mathrm{sat}\frac{\partial\varphi}{\partial T}\right) - \rho_\mathrm{v}\frac{\partial w_\mathrm{p}}{\partial T}$$

$$s_{43} = (\rho_\mathrm{p}u_\mathrm{p} - \rho_\mathrm{v}u_\mathrm{v} - \rho_\mathrm{a}u_\mathrm{a})\frac{\partial w_\mathrm{p}}{\partial c_\mathrm{s}} + \rho_\mathrm{l}w_\mathrm{l}\frac{\partial u_\mathrm{l}}{\partial c_\mathrm{s}} + u_\mathrm{l}w_\mathrm{l}\frac{\partial\rho_\mathrm{l}}{\partial c_\mathrm{s}} + \left(u_\mathrm{v}w_\mathrm{g}\frac{M_\mathrm{v}}{RT} - u_\mathrm{a}w_\mathrm{g}\frac{M_\mathrm{a}}{RT}\right)p_\mathrm{sat}\frac{\partial\varphi}{\partial c_\mathrm{s}}$$

$$s_{44} = \rho_\mathrm{m}\frac{\partial u_\mathrm{m}}{\partial T} + \rho_\mathrm{p}w_\mathrm{p}\frac{\partial u_\mathrm{p}}{\partial T} + \rho_\mathrm{l}w_\mathrm{l}\frac{\partial u_\mathrm{l}}{\partial T} + u_\mathrm{l}w_\mathrm{l}\frac{\partial\rho_\mathrm{l}}{\partial T} +$$

$$u_\mathrm{v}w_\mathrm{g}\frac{M_\mathrm{v}}{RT}\left(\varphi\frac{\mathrm{d}p_\mathrm{sat}}{\mathrm{d}T} - \frac{p_\mathrm{v}}{T} + p_\mathrm{sat}\frac{\partial\varphi}{\partial T}\right) - u_\mathrm{a}w_\mathrm{g}\frac{M_\mathrm{a}}{RT}\left(\varphi\frac{\mathrm{d}p_\mathrm{sat}}{\mathrm{d}T} + \frac{p_\mathrm{a}}{T} + p_\mathrm{sat}\frac{\partial\varphi}{\partial T}\right) +$$

$$+\left(\rho_\mathrm{v}\frac{\partial u_\mathrm{v}}{\partial T} + \rho_\mathrm{a}\frac{\partial u_\mathrm{a}}{\partial T}\right)w_\mathrm{g} + (\rho_\mathrm{p}u_\mathrm{p} - \rho_\mathrm{v}u_\mathrm{v} - \rho_\mathrm{a}u_\mathrm{a})\frac{\partial w_\mathrm{p}}{\partial T}$$